

Uniwersytet Wrocławski
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Informatyki

Maciej Falski

**Przegląd modeli oświetlenia
w grafice komputerowej**

Praca magisterska

Praca wykonana pod kierunkiem
dr Andrzeja Łukaszewskiego

Wrocław 2004

Streszczenie

Celem pracy jest przedstawienie modeli oświetlenia wykorzystywanych do renderowania fotorealistycznych obrazów w grafice komputerowej. Wybór przedstawionych modeli jest subiektywny. Zostały omówione te modele, które są najczęściej wykorzystywane w praktyce lub stanowią źródło odwołań czy porównań względem nowo powstających modeli.

Zostało poczynione rozróżnienie na modele empiryczne, bazujące na fizyce odbicia i hybrydowe. Wprowadzono zunifikowaną notację i w oparciu o nią każdy z omawianych modeli został opisany analitycznie.

Oprócz omówienia, ma miejsce również porównanie modeli względem łatwości użycia, symulacji rzeczywistych efektów związanych ze zjawiskiem odbicia i kosztu obliczeniowego.

Materiał zawarty w pracy podzielono na sześć rozdziałów. Pierwszy jest wprowadzeniem teoretycznym będącym podstawą do omawiania modeli oświetlenia. Następne trzy to opis konkretnych modeli, natomiast w rozdziale szóstym znajduje się ich porównanie.

Większość modeli została zaimplementowana, a wyrenderowane z ich pomocą obrazy znajdują się na dołączonej do pracy płycie CD.

Spis treści

| | |
|---|----|
| Wstęp | 6 |
| 1. Podstawy teoretyczne | 8 |
| 1.1. Wpółrzędne sferyczne | 8 |
| 1.2. Kąt bryłowy | 9 |
| 1.3. Radiometria | 10 |
| 1.3.1. Natura światła | 10 |
| 1.3.2. Wielkości radiometryczne | 11 |
| 1.4. Odbicie i BRDF | 13 |
| 1.4.1. Geometria odbicia | 13 |
| 1.4.2. Odbicie | 14 |
| 1.4.3. Funkcja BRDF | 17 |
| 1.4.4. Model powierzchni | 18 |
| 1.4.5. Równanie oświetlenia | 20 |
| 1.4.6. Rozszerzenie funkcji BRDF | 20 |
| 2. Modele empiryczne | 21 |
| 2.1. Światło otoczenia | 22 |
| 2.2. Model Lamberta | 23 |
| 2.3. Model Phong | 24 |
| 2.4. Model Blinna-Phong | 25 |
| 2.5. Funkcja rozbłysku | 27 |
| 3. Modele bazujące na fizyce | 29 |
| 3.1. Model mikrościanek | 29 |
| 3.2. Funkcja szorstkości | 32 |
| 3.3. Współczynnik Fresnel | 34 |
| 3.4. Model Cooka-Torrance'a | 36 |
| 3.5. Model HTSG | 39 |
| 4. Modele hybrydowe | 43 |
| 4.1. Model Straussa | 44 |
| 4.2. Model Warda | 47 |
| 4.3. Model Schlicka | 49 |
| 4.4. Model Ashikhmina-Shirleya | 53 |

| | |
|--|-----------|
| 4.5. Model Lafortune'a | 55 |
| 5. Porównanie modeli oświetlenia | 59 |
| 5.1. Opis metody | 59 |
| 5.2. Parametry | 60 |
| 5.3. Modelowanie zjawisk | 62 |
| 5.3.1. Odbicie fresnelowskie (<i>off-specular</i>) | 62 |
| 5.3.2. Anizotropia | 63 |
| 5.3.3. Fizyczna poprawność | 63 |
| 5.4. Koszt obliczeniowy | 63 |
| 6. Podsumowanie | 67 |
| Bibliografia | 69 |

Spis rysunków

| | | |
|-------|---|----|
| 1.1. | Współrzędne sferyczne | 8 |
| 1.2. | Kąt bryłowy | 9 |
| 1.3. | Aproksymacja kąta bryłowego | 10 |
| 1.4. | Różniczkowy kąt bryłowy we współrzędnych sferycznych | 10 |
| 1.5. | Promienie brane pod uwagę dla danego kąta bryłowego | 12 |
| 1.6. | Geometria odbicia | 15 |
| 1.7. | Prawo odbicia | 16 |
| 1.8. | Rodzaje odbicia | 16 |
| 1.9. | Odbicie jako suma trzech składowych | 16 |
| 1.10. | Geometria funkcji BRDF | 17 |
| 1.11. | Zasada wzajemności BRDF | 18 |
| 1.12. | Przykłady rzeczywistych powierzchni | 19 |
| | | |
| 2.1. | Kule wyrenderowane za pomocą modelu Lamberta | 23 |
| 2.2. | Różne wartości $\cos^n(\alpha)$ w modelu Phongu | 24 |
| 2.3. | Kule wyrenderowane za pomocą modelu Phongu | 26 |
| 2.4. | Kule wyrenderowane za pomocą modelu Blinna-Phongu | 26 |
| 2.5. | Porównanie wykresów funkcji rozbłysku Phongu i Schlicka | 28 |
| | | |
| 3.1. | Model mikrościanek Torrance'a-Sparrowa | 30 |
| 3.2. | Odbicie pojedyncze i wielokrotne w modelu mikrościanek | 30 |
| 3.3. | Wpływ geometrii mikrościanek na ilość odbitego światła: (a) brak efektów, (b) cieniowanie, (c) maskowanie | 31 |
| 3.4. | Porównanie wykresów współczynnika geometrycznego wygaszania Smitha i Schlicka | 32 |
| 3.5. | Porównanie wykresów funkcji szorstkości Beckmanna i Schlicka | 34 |
| 3.6. | Porównanie wykresów oryginalnego współczynnika Fresnela i aproksymacji Schlicka dla plastiku, diamentu i srebra | 36 |
| 3.7. | Kule: plastikowa i miedziana, wyrenderowane z wykorzystaniem modelu Cooka-Torrance'a | 38 |
| 3.8. | Kule wyrenderowane za pomocą modelu Cooka-Torrance'a | 38 |
| 3.9. | Kule wyrenderowane za pomocą modelu Schlicka-Cooka-Torrance'a | 38 |
| 3.10. | Trzy składowe odbicia w modelu HTSG | 39 |
| 3.11. | Parametry opisu powierzchni modelu HTSG | 40 |
| 3.12. | Geometria dla modelu HTSG | 40 |

| | |
|--|----|
| 4.1. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Straussa dla różnych wartości parametru gładkości | 47 |
| 4.2. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Straussa dla różnych wartości parametru metaliczności | 47 |
| 4.3. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Warda | 50 |
| 4.4. Wpływ kąta padania na odbicie powierzchniowe i podpowierzchniowe dla powierzchni heterogenicznych | 51 |
| 4.5. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Schlicka i różnych wartości współczynnika szorstkości | 54 |
| 4.6. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Schlicka i różnych wartości współczynnika anizotropowości | 54 |
| 4.7. Kule wyrenderowane z użyciem modelu Ashikhmina-Shirleya | 56 |

Spis tablic

| | |
|---|----|
| 1.1. Oznaczenia geometrii odbicia | 14 |
| 5.1. Porównanie modeli oświetlenia | 64 |
| 5.2. Porównanie czasu obliczenia modeli oświetlenia | 65 |

Wstęp

Celem realistycznej grafiki komputerowej jest generowanie z wykorzystaniem komputera obrazów syntetycznych scen, które są niemal nieodróżnialne od fotografii rzeczywistego świata. Cel ten implikuje symulację, tak bliską jak to tylko możliwe, zachowania się światła startującego od źródła, podróżującego poprzez scenę, współoddziałującego z umieszczonymi na niej obiektami, aż wreszcie docierającego do oka obserwatora.

Taka symulacja wymaga dwóch różnych procesów algorytmicznych. Pierwszy to metoda obliczania globalnego oświetlenia, która polega na zebraniu składników wszystkich części otoczenia, które oświetlają dany punkt na scenie i określeniu ilości światła do tego punktu docierającego. Drugi z nich to generowanie lokalnego oświetlenia, które polega na obliczaniu transformacji światła padającego do światła odbitego od powierzchni w danym punkcie. Obliczanie lokalnego oświetlenia jest integralną częścią algorytmów obliczania globalnego oświetlenia, stanowiąc zarazem odrębną dziedzinę badań.

Obliczenie lokalnego oświetlenia jest istotnym elementem generowania realistycznych obrazów. Do opisu tego procesu wykorzystuje się modele oświetlenia, które opisują sposób w jaki obiekty odbijają padające na nie światło.

Model oświetlenia opisuje zarówno kolor jak i przestrzenny rozkład odbijanego światła. Jest on odpowiedzialny za modelowanie wszelkich zjawisk towarzyszących odbiciu, takich jak np. odbicie zwierciadlane, rozproszone, anizotropia i inne. Powinien on być na tyle prostą formułą, aby jego obliczenie było odpowiednio szybkie, bo tylko wtedy jego praktyczne użycie ma sens. Jakość modelu jest więc określona przez jego zdolność aproksymacji rzeczywistego zachowania się odbitego światła od powierzchni, jak i przez efektywność i szybkość działania.

Na ostateczną postać odbicia światła ma wpływ wiele parametrów opisujących powierzchnię. Są to dla przykładu gęstość materiału, chropowatość czy temperatura. I nawet kiedy wydaje się, że dwie powierzchnie są do siebie bardzo podobne, to światło może być od nich odbijane w istotnie różny sposób. Niestety, jak się okazuje, znalezienie jednego lub niewielkiego zbioru równań, za pomocą których będzie można opisać zachowanie światła w kontakcie ze wszystkimi możliwymi materiałami jest praktycznie niewykonalne.

Rodzi się zatem pytanie o dokładność generowanych z użyciem danego modelu oświetlenia obrazów. Okazuje się, że dla ogromnej ilości zastosowań wystarczy jedynie aproksymacja zjawiska odbicia. W istocie modele oświetlenia używane w grafice komputerowej są takimi aproksymacjami. Czynią one wiele uproszczeń odnośnie atomowej i molekularnej struktury powierzchni. Dzięki temu obliczenie modeli jest czasowo efek-

tywne i możliwe staje się ich wykorzystanie w praktyce.

Na przestrzeni ostatnich 20-30 lat zostało przedstawione całe spektrum modeli oświetlenia. Opierają się one na różnych założeniach, a ich powstanie było kierowane różnymi motywacjami. Każdy z modeli jest odpowiedni dla pewnej klasy zjawisk towarzyszących odbiciu. W zależności od złożoności modelu ilość modelowanych zachowań odbicia jest mniejsza lub większa. Pociąga to za sobą fakt, że każdy z modeli nadaje się dobrze dla pewnych zastosowań.

Modele oświetlenia można podzielić na trzy grupy. Do pierwszej z nich należą modele, które zaniedbują własności fizyczne materiałów, ale dzięki umiejętnemu dobraniu odpowiednich parametrów, potrafią dobrze symulować odbicie od powierzchni. Są to modele empiryczne. Ich parametry ustawiane są na bazie wcześniejszych eksperymentów. Zaletą tych modeli jest fakt, że mimo niewielkiej ilości obliczeń, generowane obrazy wyglądają dobrze i dla wielu zastosowań są wystarczające.

Druga grupa to modele mające podłoże fizyczne. Przy obliczaniu odbicia światła od powierzchni wykorzystują one wiedzę o jej fizycznych parametrach, biorąc zarazem pod uwagę prawa rządzące fizyką odbicia. Pociąga to za sobą wzrost kosztu obliczenia takich modeli, jednak jakość aproksymacji odbicia jest dużo lepsza niż dla modeli empirycznych. Wykorzystywane są wszędzie tam, gdzie bliska symulacja zjawiska odbicia jest niezbędna.

Trzecia grupa to modele hybrydowe, które są kompromisem pomiędzy modelami empirycznymi, a opartymi na fizyce. Dzięki temu dają one dobrą symulację odbicia, wykorzystując parametry empiryczne lub fizyczne dla opisu powierzchni, zapewniając zarazem poprawność fizyczną i efektywność obliczeń.

Wielu autorów zaproponowało różne notacje i oznaczenia opisujące zjawisko odbicia dla potrzeb grafiki komputerowej. W niniejszej pracy zostanie przedstawiona zunifikowana notacja i z jej wykorzystaniem zostaną przedstawione modele oświetlenia.

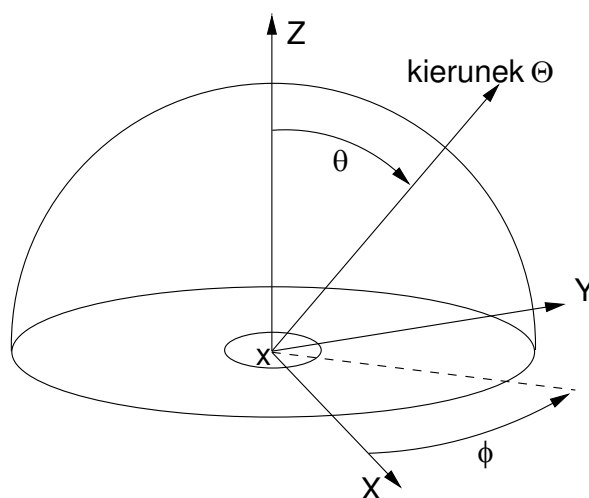
W pracy skupiono się na opisie jedynie części modeli oświetlenia. Wybór kierowany był kilkoma motywacjami. Po pierwsze, opisane zostały te modele, które wniosły istotny wkład do problematyki obliczania lokalnego oświetlenia. Po drugie, są to modele stanowiące materiał porównawczy dla młodszych czy nowo powstających modeli oświetlenia. Po trzecie, wybrane zostały takie, które najczęściej wykorzystywane są w zastosowaniach praktycznych. Uwaga została zatem skupiona na najważniejszych i najbardziej popularnych modelach oświetlenia w grafice komputerowej.

Rozdział 1

Podstawy teoretyczne

1.1. Współrzędne sferyczne

W grafice komputerowej w wielu przypadkach występują funkcje zdefiniowane na półsfery. Każdy punkt półsfery definiuje kierunek. **Współrzędne sferyczne** parametryzują półsferę wykorzystując dwa kąty. Pierwszy ϕ określa azymut, drugi θ nachylenie. Kierunek jest reprezentowany jako $\Theta = (\phi, \theta)$, gdzie $\phi \in [0, 2\pi]$ i $\theta \in [0, \pi/2]$. Kąt θ jest mierzony względem normalnej do powierzchni w punkcie x , kąt ϕ jest określony względem osi X leżącej na powierzchni (rys. 1.1).



Rysunek 1.1: Współrzędne sferyczne

Dodając do współrzędnych sferycznych odległość r można określić dowolny punkt w przestrzeni. Trójka (ϕ, θ, r) znana jest jako **współrzędne biegunowe**, będące rozszerzeniem współrzędnych sferycznych.

Transformacja współrzędnych z układu współrzędnych biegunowych do współrzędnych kartezjańskich ma postać:

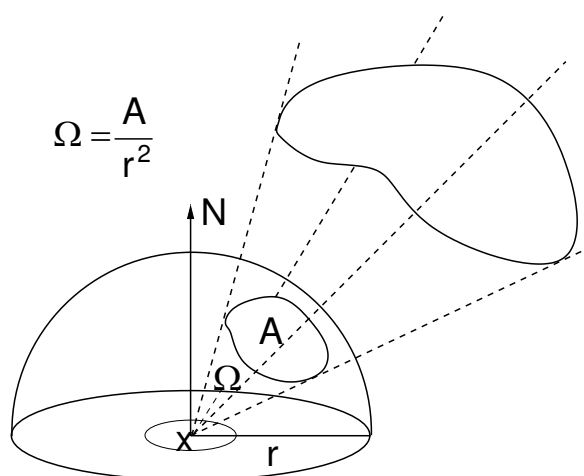
$$x = r \cos(\phi) \sin(\theta), \quad (1.1)$$

$$y = r \sin(\phi) \sin(\theta), \quad (1.2)$$

$$z = r \cos(\theta). \quad (1.3)$$

1.2. Kąt bryłowy

W celu opisanego zachowania się światła w kontakcie z powierzchnią niezbędna jest koncepcja miary operującej na zbiorze kierunków półsfery, którą jest kąt bryłowy. **Kąt bryłowy** (Ω) jest zdefiniowany jako miara powierzchni (A) na sferze, podzielona przez promień do kwadratu (r^2), czyli $\Omega = A/r^2$ (rys. 1.2). Jeśli $r = 1$, to kąt bryłowy jest równy wielkości powierzchni A na sferze.



Rysunek 1.2: Kąt bryłowy

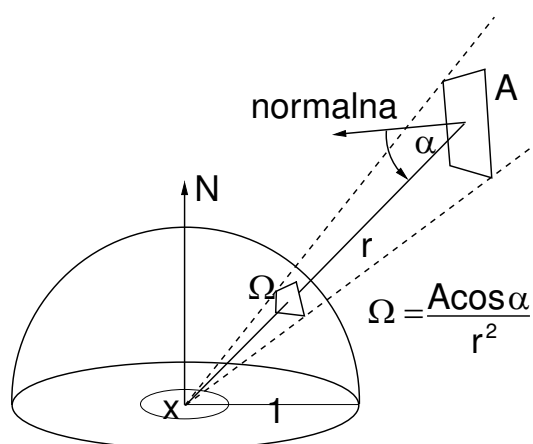
Koncepcja kąta bryłowego jest analogiczna do kąta na płaszczyźnie. Jednostką miary jest steradian (sr). Kąt bryłowy równa się 1 steradian, gdy wielkość powierzchni A na kuli jest równa kwadratowi promienia r .

Powierzchnia sfery wynosi $4\pi r^2$ i jest z nią związany kąt bryłowy $(4\pi r^2/r^2) = 4\pi sr$. Stąd wynika, że kąt bryłowy odpowiadający półsferze wynosi $2\pi sr$. Należy zauważyć, że kąt bryłowy nie zależy od kształtu powierzchni A , a jedynie od jej pola powierzchni.

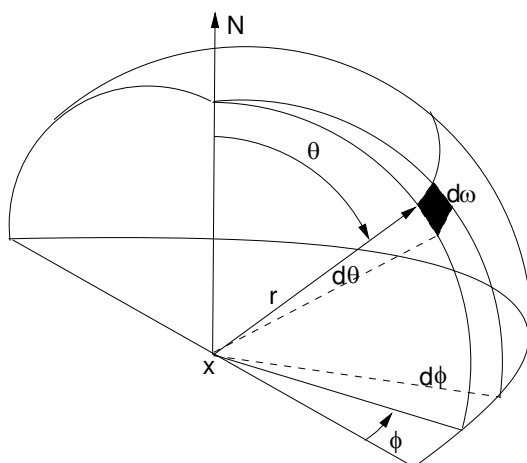
W celu obliczenia kąta bryłowego w jakim jest widziana powierzchnia lub obiekt w przestrzeni z danego punktu x , należy obliczyć wielkość rzutu tego obiektu na półsferę, której centrum znajduje się w tym punkcie. Aby obliczyć powierzchnię rzutu dla małych i płaskich powierzchni w przestrzeni, często stosuje się aproksymację postaci $A \cos(\alpha)/r^2$ (rys. 1.3).

Tak jak w przestrzeni można całkować po powierzchniach czy kształtach wyrażonych we współrzędnych kartezjańskich, tak można całkować funkcje po półsferze wykorzystując jako miarę **różniczkowy kąt bryłowy** $d\omega$.

Różniczkowy kąt bryłowy można zapisać przy pomocy współrzędnych sferycznych jako $d\omega = \sin(\theta) d\theta d\phi$ (rys. 1.4).



Rysunek 1.3: Aproksymacja kąta bryłowego



Rysunek 1.4: Różniczkowy kąt bryłowy we współrzędnych sferycznych

Całkowanie funkcji $f(\Theta) = f(\theta, \phi)$ po półsferze, zapisane we współrzędnych sferycznych, ma następującą postać:

$$\int_{\Omega} f(\Theta) d\omega_{\Theta} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi. \quad (1.4)$$

1.3. Radiometria

1.3.1. Natura światła

Światło może być wyprodukowane na różne sposoby. Dla przykładu, może być wynikiem promieniowania źródeł termicznych (np. słońce), czy być efektem zjawisk kwantowych takich jak fluorescencja gdzie powierzchnia absorbuje energię światła dla pewnej długości fali i emituje ją dla innej długości fali. Istnieje kilka modeli próbujących wyjaśnić zjawisko rozchodzenia się światła:

optyka geometryczna

W tym modelu zakłada się, że światło podróżuje poprzez ośrodki przezroczyste wzdłuż prostych ścieżek. Model ten wyjaśnia takie formy zachowania się światła jak odbicie czy załamanie (refrakcja). Jest to najczęściej używany model światła w grafice komputerowej.

optyka falowa

Model falowy jest opisany przez równania Maxwella. Oprócz praw optyki geometrycznej, tłumaczy efekty, które powstają gdy światło wchodzi w interakcję z obiektami o wielkości porównywalnej do długości fali światła. Model ten wyjaśnia zjawiska takie jak dyfrakcja, interferencja czy polaryzacja. Jednak efekty te są zbyt szczegółowe dla potrzeb generowania obrazów w grafice komputerowej i zwykle są pomijane.

optyka kwantowa

Model optyki kwantowej jest podstawowym modelem światła wykorzystywanym do wykrywania i wyjaśniania takich zjawisk jak fluorescencja czy fosforescencja. Model ten także jest zbyt szczegółowy i w ogólności nie jest rozważany w grafice.

W obliczeniach odbicia zwykle czynione są pewne założenia a zarazem uproszczenia w przyjętym modelu światła. Ignoruje się energię, która jest absorbowana przez powierzchnie i zamieniana w ciepło.

1.3.2. Wielkości radiometryczne

Do opisu energii przenoszonej przez strumień światła wykorzystuje się **radiometrię**. Jest to nauka o mierzeniu przepływu rozchodzącej się energii. Wielkości radiometryczne mają znaczenie fizyczne i mogą być bezpośrednio mierzone przy pomocy odpowiednich urządzeń.

W rzeczywistości radiometria jest rozszerzeniem fotometrii, nauki o tym jak wzrok ludzki reaguje na światło. Jednak, żeby rozpatrywać energię świetlną w ogólności, najlepszym podejściem jest użycie wielkości radiometrycznych, które nie biorą pod uwagę zależności od postrzegania światła przez człowieka. Należy dodać, że w razie potrzeby każdą wielkość radiometryczną można przekształcić na odpowiednią wielkość fotometryczną.

Podstawową jednostką w radiometrii jest **moc promieniowania** (Φ) (in. **strumień promieniowania świetlnego**). Wielkość ta określa ilość energii przepływającej przez, padającej na lub wychodzącej z powierzchni na jednostkę czasu. Moc promieniowania mierzona jest w **Watach** ($W = \text{Joule}/s$). Dla przykładu, można powiedzieć że dane źródło światła emituje energię o mocy 100 W lub że moc padająca na powierzchnię biurka jest równa 50 W . Należy zauważyć, że nie jest specyfikowana wielkość powierzchni źródła światła czy biurka, ani odległość do czy od źródła.

Interakcja promieniowanej energii z materią wymaga opisu energii docierającej do powierzchni na jednostkę pola powierzchni. Wielkość opisująca to zjawisko to **irradiancja** (E) (in. **natężenie napromieniowania**). Jest to stosunek mocy padającej na powierzchnię do wielkości pola powierzchni, czyli $E = \Phi/A^\perp$. Jest mierzona w

W/m^2 . Dla przykładu, jeśli na powierzchnię o polu równym $1.25 m^2$ pada strumień o mocy $50 W$, to irradiancja w każdym punkcie powierzchni wynosi $40 W/m^2$.

Odpowiednio, energia wychodzącą z powierzchni, czyli wypromieniowaną, to **promienistość** (B) (in. **natężenie wypromieniowania** – ang. radiosity). Podobnie jak irradiancja jest ona wyrażona w W/m^2 . Przykładowo, źródło światła emitujące energię o mocy $100 W$ i powierzchni $0.1 m^2$, posiada promienistość $1000 W/m^2$ w każdym punkcie powierzchni.

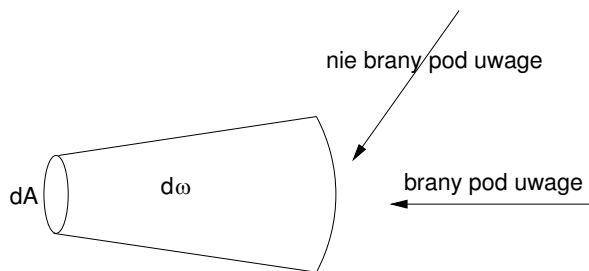
Istotna jest także zależność strumienia energii od kąta bryłowego zawartego na półsferze otaczającej punkt. Do jej opisu służy pojęcie **intensywności promieniowania** (I). Intensywność jest określona przez moc promieniowania na jednostkowy kąt bryłowy w lub z określonego kierunku, czyli $I = d\Phi/d\omega$. Jest mierzona w W/sr . Mówiąc o natężeniu w odniesieniu do punktowego źródła światła, rozumie się jego natężenie promieniowania, czyli intensywność.

Połączenie idei kąta bryłowego i powierzchni napromieniowania, prowadzi do określenia najczęściej stosowanej w grafice komputerowej wielkości radiometrycznej. **Radiancja** (L) to stosunek mocy promieniowania na kąt bryłowy i jednostkę obszaru rzutu powierzchni:

$$L = \frac{dE}{d\omega} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA^\perp} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dA \cos(\theta)}. \quad (1.5)$$

Radiancja jest mierzona w $W/(sr \cdot m^2)$.

Intuicyjnie, radiancję można rozumieć jako sposób odbierania energii przez oko ludzkie. Kiedy irradiancja mówi jak dużo światła pada na dany punkt, to radiancja wyraża ilość światła padającą na punkt z danego kierunku (lub zbioru kierunków). Zbiór kierunków dla jakich jest obliczana energia padająca na badany punkt jest wyznaczony przez kąt bryłowy $d\omega$. Brana jest jedynie pod uwagę ta część energii, która wpada do stożka przez niego określonego (rys. 1.5).



Rysunek 1.5: Promienie brane pod uwagę dla danego kąta bryłowego

Ważną cechą radiancji jest jej **niezmiennność wzdłuż prostych ścieżek**. Radiancja opuszczająca punkt x w kierunku punktu y , jest równa radiancji padającej na punkt y z kierunku punktu x . Zatem radiancja nie ulega zmianie wraz z odległością. Własność ta nie jest spełniona, gdy pomiędzy punktami x i y znajduje się ośrodek, który ma własność absorbowania czy rozpraszania energii.

Z powyższej obserwacji wynika, że jeśli znana jest padająca lub wychodząca radiancja dla wszystkich punktów powierzchni, to rozkład radiancji dla innych punktów

trójwymiarowej sceny jest także znany. W praktyce, większość algorytmów używanych do obliczania globalnego oświetlenia ogranicza się do obliczeń wartości radiancji dla punktów powierzchni (zakładając brak ośrodka absorbującego rozchodzenie się energii).

Inną ważną cechą radiancji jest fakt, że większość odbiorników, takich jak kamery czy oko ludzkie, są na nią czułe. Sygnał odbierany przez nie jest proporcjonalny do padającej na nie radiancji; stała proporcjonalności zależy od ich geometrii.

Obie opisane cechy wyjaśniają dlaczego dostrzegalny kolor czy jasność obiektu nie zmienia się wraz z odległością od obserwatora.

W operacjach na wielkościach radiometrycznych wykorzystywana jest następująca notacja:

- $L(x \rightarrow \Theta)$: radiancja opuszczająca punkt x w kierunku Θ ,
- $L(x \leftarrow \Theta)$: radiancja docierająca do punktu x z kierunku Θ ,
- $L(x \rightarrow y)$: radiancja wychodząca z punktu x i docierająca do punktu y ,
- $L(x \leftarrow y)$: radiancja docierająca do punktu x i wychodząca z punktu y .

Z wykorzystaniem irradiancji i promienistości, można wyrazić radiancję padającą na punkt na powierzchni i wychodzącą z tego punktu. Radiancja natomiast może posłużyć do wyrażenia wszystkich wcześniej omówionych wielkości radiometrycznych:

$$\Phi = \int_A \int_{\Omega} L(x \rightarrow \Theta) \cos(\theta) d\omega_{\Theta} dA_x, \quad (1.6)$$

$$E(x) = \int_{\Omega} L(x \leftarrow \Theta) \cos(\theta) d\omega_{\Theta}, \quad (1.7)$$

$$B(x) = \int_{\Omega} L(x \rightarrow \Theta) \cos(\theta) d\omega_{\Theta}, \quad (1.8)$$

$$I(\Theta) = \int_A L(x \rightarrow \Theta) \cos(\theta) dA_x. \quad (1.9)$$

Wszystkie opisane wielkości radiometryczne są zależne od rozpatrywanej **długości fali** energii świetlnej. Przy obliczeniach powinno się je rozważać jako funkcje, których dodatkowym parametrem jest długość fali, a jej dziedzina jest określona przez spektrum widzialne. W niniejszej pracy, jak i w wielu innych, zakłada się, że zależność falowa jest częścią równania, ale nie jest zapisana wprost. W praktyce, do uwzględnienia zależności falowej, często stosuje się prosty **model RGB**, w którym obliczenia dokonywane są dla 3 długości fal. Jest on jednak mało dokładny.

1.4. Odbicie i BRDF

1.4.1. Geometria odbicia

Do opisu geometrii odbicia używane będą oznaczenia z tablicy 1.1. Zostały one przedstawione na rysunku 1.6.

Zakłada się, że wszystkie wektory są **znormalizowane**. Wektory N , X i Y określają lokalny układ współrzędnych. Θ_i i Θ_r są kierunkami obliczanego odbicia. Pozo-

| | |
|-----------------------|---|
| N | wektor normalny do powierzchni w punkcie x |
| Θ_r | kierunek obliczanego odbicia światła |
| Θ_i | kierunek padania światła |
| Θ_s | kierunek odbicia zwierciadlanego |
| Θ_h | wektor połówkowy pomiędzy kierunkiem Θ_i a Θ_r |
| $\overline{\Theta}_h$ | rzut wektora Θ_h na powierzchnię zdefiniowaną przez osie X i Y |
| ϕ_r | kąt azymutu pomiędzy osią X a kierunkiem Θ_r |
| θ_r | kąt nachylenia pomiędzy wektorem N a Θ_r |
| ϕ_i | kąt azymutu pomiędzy osią X a kierunkiem Θ_i |
| θ_i | kąt nachylenia pomiędzy wektorem N a Θ_i |
| α | kąt pomiędzy wektorem Θ_r a Θ_s |
| β | kąt pomiędzy wektorem Θ_r a Θ_h lub Θ_i a Θ_h |
| δ | kąt pomiędzy wektorem Θ_h a normalną N |
| φ | kąt pomiędzy osią X a wektorem $\overline{\Theta}_h$ |
| $d\omega_{\Theta_i}$ | kąt bryłowy wokół kierunku padania |

Tablica 1.1: Oznaczenia geometrii odbicia

stałe oznaczenia mogą być z nich wyprowadzone. Zachodzą następujące zależności:

$$\Theta_s = 2N(N \cdot \Theta_i) - \Theta_i, \quad (1.10)$$

$$\Theta_h = \frac{\Theta_i + \Theta_r}{2}. \quad (1.11)$$

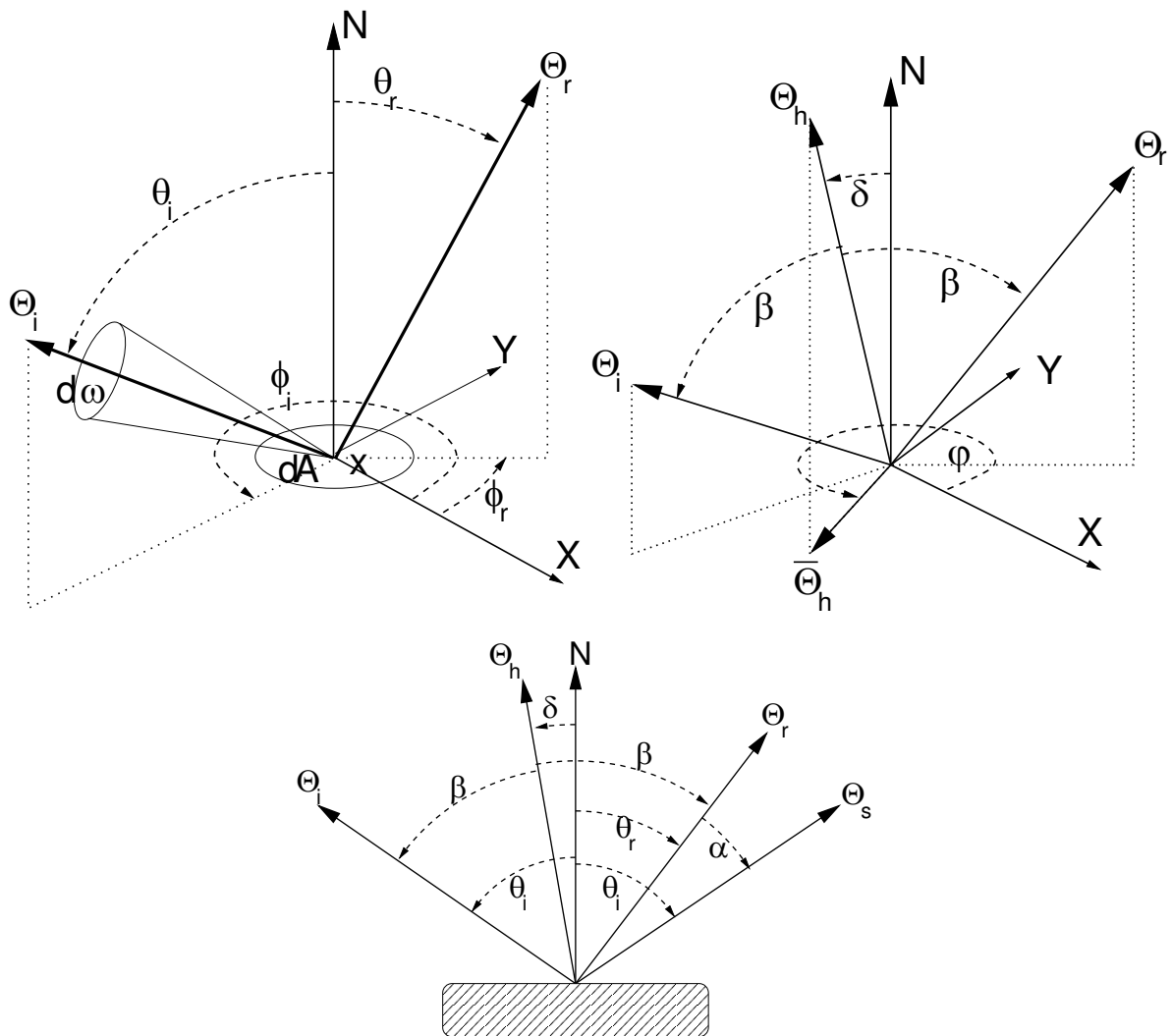
W praktycznych zastosowaniach operacje zwykle wykonywane są nie na kątach, lecz na **iloczynie skalarnym** wektorów, np. $\cos(\alpha) = \Theta_r \cdot \Theta_s$. Jednak użycie zapisu z wykorzystaniem kątów w wielu wypadkach upraszcza wygląd wyrażeń. W razie konieczności zapis będzie dokonywany także z wykorzystaniem iloczynu skalarnego.

1.4.2. Odbicie

Światło padając na dowolny obiekt może zostać odbite od jego powierzchni, ulec załamaniu i przejść przez niego lub zostać pochłonięte. Modele oświetlenia zajmują się problemem **odbicia światła** od powierzchni, zatem główna uwaga zostanie skupiona na tym zjawisku kontaktu światła z powierzchnią.

Odbicie światła to zjawisko zmiany kierunku rozprzestrzeniania się promieni świetlnych, zachodzące na granicy dwóch ośrodków, przy czym co najmniej jeden z nich jest przezroczysty.

Przy odbiciu zachodzącym na powierzchni, której nierówności są bardzo małe w odniesieniu do długości padającej fali świetlnej, spełnione jest **prawo odbicia**. Mówi ono, że promień odbity pozostaje w tym samym ośrodku, w jakim znajdował się promień padający, oba promienie (padający i odbity) leżą na jednej płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni odbijającej, a kąty zawarte w tej płaszczyźnie pomiędzy normalną do powierzchni a kierunkami obu promieni są sobie równe (rys. 1.7).



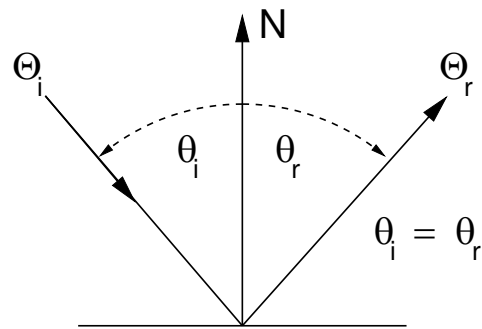
Rysunek 1.6: Geometria odbicia

Dla rzeczywistych powierzchni odbicie można podzielić na kilka kategorii, które obejmują różne mechanizmy propagowania światła przez powierzchnię:

odbicie rozproszone jest charakterystyczne dla powierzchni matowych, zwanych także lambertowskimi, których mikronierówności są większe od długości padającej na nią fali; światło padające na taką powierzchnię jest odbijane we wszystkich możliwych kierunkach z jednakową energią (rys. 1.8a),

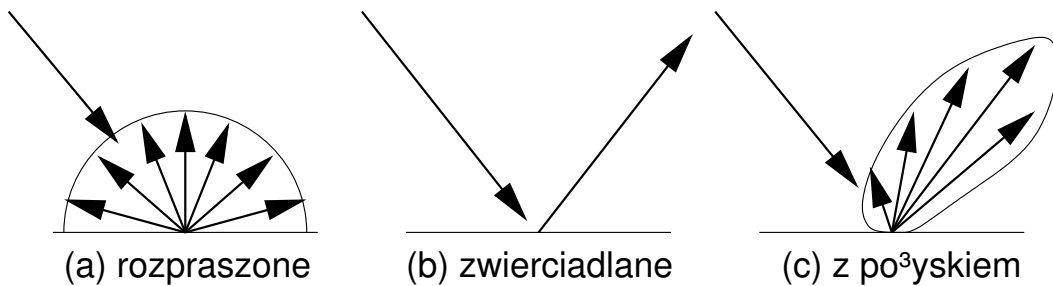
odbicie zwierciadlane występuje, gdy powierzchnia jest doskonale gładka, światło jest odbijane w kierunku zgodnym z prawem odbicia i żadna jego porcja nie jest rozpraszana poza ten kierunek (rys. 1.8b),

odbicie z połyskiem (odbicie rozproszone kierunkowe) ma miejsce, gdy mikronierówności powierzchni są mniejsze niż długość fali, lecz nie można powiedzieć, że



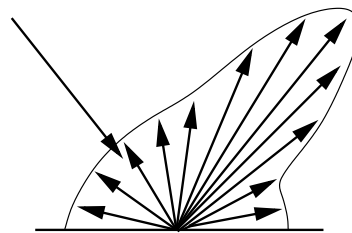
Rysunek 1.7: Prawo odbicia

powierzchnia jest gładka; wtedy odbicie zaczyna nabierać charakteru kierunkowego i choć maksymalna część światła jest odbijana w jednym kierunku (zwykle jest to kierunek odbicia) to światło jest odbijane także w sąsiednich kierunkach (rys. 1.8c).



Rysunek 1.8: Rodzaje odbicia

Są to tylko sytuacje modelowe. W praktyce odbicie często aproksymuje się jako sumę tych trzech składowych (rys. 1.9).



Rysunek 1.9: Odbicie jako suma trzech składowych

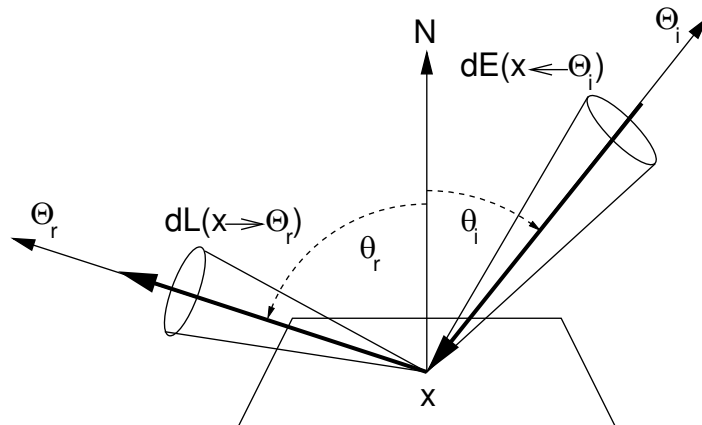
1.4.3. Funkcja BRDF

Ilość światła, które jest odbijane od powierzchni zależy od rozpatrywanego kierunku odbicia (pozycji obserwatora) i pozycji źródła światła. Jeśli pozycja obserwatora lub światła ulega zmianie, jasność obserwowanego obiektu także ulega zmianie. Zatem przy obliczaniu ilości odbitego światła należy brać pod uwagę zależność od kierunków patrzenia i padania światła.

Gdy światło pada na powierzchnię, różne długości fal świetlnych mogą ulegać absorpcji, odbiciu czy refrakcji, w zależności od fizycznych cech materiału z którego powierzchnia jest zbudowana. Dlatego, w obliczaniu odbicia należy uwzględnić także zależność falową.

W kontekście wielkości radiometrycznych celem jest określenie radiancji odbitej od powierzchni w kierunku Θ_r w zależności od światła padającego z kierunku Θ_i . Strumień padający ze źródła światła o takiej samej radiancji jak drugie źródło, ale padający pod większym kątem θ_i , daje proporcjonalnie mniejszą irradiancję E i powoduje, że powierzchnia wydaje się proporcjonalnie ciemniejsza. Dlatego do obliczenia odbitej radiancji $L(x \rightarrow \Theta_r)$, należy brać pod uwagę padającą na ten punkt irradiancję $E(x \leftarrow \Theta_i)$.

Charakterystykę odbicia dla danej powierzchni opisuje się z wykorzystaniem funkcji odbicia, która modeluje interakcję światła z powierzchnią. **Funkcja BRDF** (ang. Bidirectional Reflectance Distribution Function), wprowadzona przez Nicodemusa [18], jest najbardziej ogólnym sposobem wyrażania odbijalności materiału. Określa ona **dwukierunkową zdolność odbijania światła** przez powierzchnię i definiuje relację pomiędzy światłem padającym na powierzchnię a światłem od niej odbitym (rys. 1.10).



Rysunek 1.10: Geometria funkcji BRDF

W formalnym zapisie funkcja BRDF wyraża stosunek radiancji odbitej w punkcie x z kierunku Θ_r do irradiancji padającej na ten punkt z kierunku Θ_i :

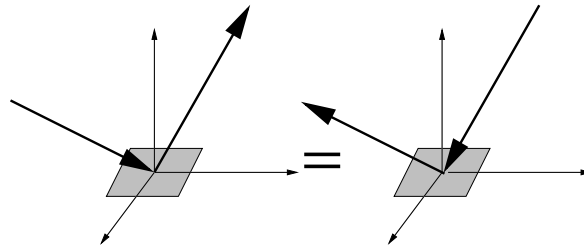
$$f_r(x, \Theta_i \rightarrow \Theta_r) = \frac{dL(x \rightarrow \Theta_r)}{dE(x \leftarrow \Theta_i)} = \frac{dL(x \rightarrow \Theta_r)}{L(x \leftarrow \Theta_i) \cos(\theta_i) d\omega_{\Theta_i}}. \quad (1.12)$$

Funkcja BRDF jest zależna od długości fali λ , lecz podobnie jak w przypadku wielkości radiometrycznych nie będzie to zapisane wprost.

Funkcja BRDF posiada dwie ważne własności wynikające z fizyki światła. Pierwsza wynika z **zasady wzajemności Helmholtza** i mówi, że funkcja f_r jest symetryczna względem kierunków padania i odbicia, czyli jej postać pozostaje niezmienną kiedy oba te kierunki ulegną odwróceniu (rys. 1.11),

$$f_r(x, \Theta_i \rightarrow \Theta_r) = f_r(x, \Theta_r \rightarrow \Theta_i) = f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r). \quad (1.13)$$

Dlatego funkcja będzie zapisywana przy pomocy podwójnej strzałki, $f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r)$, aby podkreślić, że oba kierunki mogą być zamienione.



Rysunek 1.11: Zasada wzajemności BRDF

Druga własność wynika z **zasady zachowania energii**. W ogólności, własność ta mówi, że kiedy światło z jednego kierunku pada na powierzchnię i jest odbijane na półsferze wychodzących kierunków, to łączna ilość światła odbitego nie może przekroczyć ilości światła padającego. Dla każdej pojedynczej jednostki energii świetlnej padającej na punkt, nie więcej niż jedna jednostka energii może być odbita we wszystkich możliwych kierunkach. Rozważając definicję funkcji BRDF (stosunek radiancji padającej do odbitej podzielony przez kąt bryłowy), oznacza to, że suma wartości funkcji BRDF dla wszystkich możliwych kierunków odbicia musi być mniejsza niż jeden:

$$\forall \Theta : \int_{\Omega} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Theta_i) \cos(N, \Theta_i) d\omega_{\Theta_i} \leq 1. \quad (1.14)$$

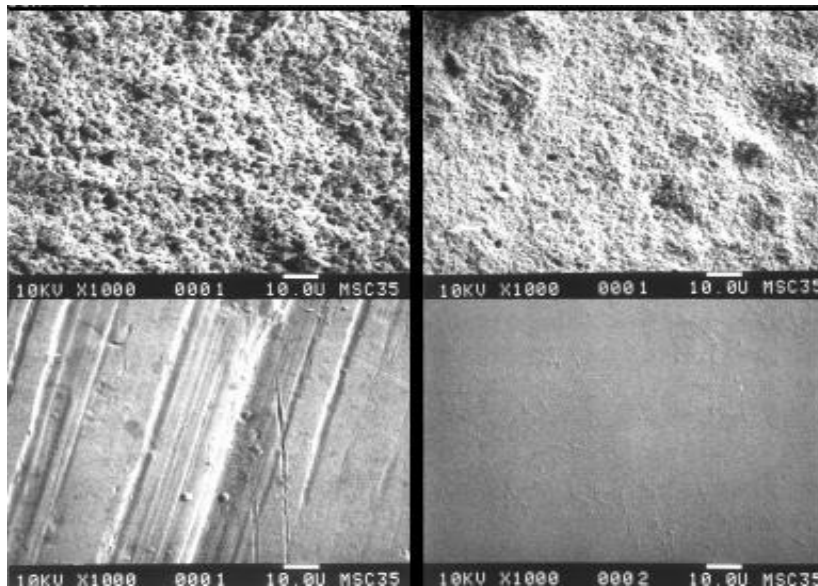
1.4.4. Model powierzchni

Funkcja BRDF jest zależna od rodzaju powierzchni z jaką następuje interakcja światła. Każda powierzchnia zbudowana jest z atomów i ich odpowiednie ułożenie określa jej właściwości, które charakteryzują zachowanie światła na nią padającego. Z przyczyn obliczeniowych, w grafice komputerowej nie można traktować materiału jako skupiska atomów. Stosuje się zatem modele powierzchni i za pomocą pewnego zbioru parametrów przedstawia się ich charakterystykę.

Model oświetlenia jest opisywany przez funkcję BRDF. Funkcja BRDF z kolei opiera się na modelu powierzchni, który jest wprowadzony w celu opisanego zachowania się światła padającego na powierzchnię. Czasami model powierzchni jest tylko doświadczalnym przybliżeniem jej rzeczywistych parametrów (modele empiryczne), innym razem stosuje się podejście fizyczne do opisu powierzchni (modele bazujące na fizyce).

Powierzchnie można podzielić na dwie klasy względem odbicia światła: **izotropowe** i **anizotropowe**. Dla powierzchni izotropowych wartość funkcji BRDF nie zmienia się po obrocie wokół wektora normalnego do powierzchni (czyli jest niezależna od kąta azymutu ϕ). Z kolei dla powierzchni anizotropowych wartość kąta azymutu jest istotna, ponieważ zależnie od jego zmiany funkcja odbicia przyjmuje różne wartości. Przykładem powierzchni anizotropowych są polerowane w jednym kierunku metale, aksamit czy las obserwowany z dużej wysokości. To czy powierzchnia jest izotropowa czy anizotropowa zależy od jej molekularnej struktury. Jeśli powierzchnia jest anizotropowa to jej struktura składa się z uporządkowanych kierunkowo cząstek. Wtedy padające na nią światło jest odbijane w zależności od kierunku ich uporządkowania.

Jednak nie tylko kierunek uporządkowania cząstek na powierzchni ma wpływ na postać funkcji odbicia. Kształt funkcji odbicia dla danego kierunku padania światła jest także zależny od mikroskopowej struktury powierzchni (rys. 1.12). Odbicie zwierciadlane czy doskonale rozproszone są tylko modelowymi przykładami interakcji światła z powierzchnią. W rzeczywistości powierzchnie nie są ani doskonale gładkie, ani doskonale matowe, a odbicie światła zależy od ich charakterystyki. Zwykle przyjmuje się parametr określający szorstkość powierzchni i względem jego wartości modeluje się postać odbicia.



Rysunek 1.12: Przykłady rzeczywistych powierzchni

Sposób odbijania światła jest także zależny od tego czy materiał jest **metalem** czy **izolatorem**. Dla izolatorów, kolor odbicia zwierciadlanego jest zwykle kolorem padającego światła. Natomiast dla metali, kolor odbicia zwierciadlanego nie jest zdominowany przez kolor światła padającego na powierzchnię i zależy od koloru powierzchni.

Materiały można także podzielić na **heterogeniczne** i **homogeniczne**. Materiały heterogeniczne to takie, w których można wyróżnić więcej niż jedną warstwę. W zależności od przepuszczalności każdej z warstw, ilość światła docierającego do kolejnych

jest odpowiednio mniejsza. Powoduje to inne zachowanie się odbicia niż w materiałach homogenicznych, w których podział na warstwy nie występuje. Przykładem materiału heterogenicznego może być lakierowane drewno.

W rozważaniach tych należy dodatkowo wspomnieć o **współczynniku refrakcji**, wielkości wykorzystywanej do obliczenia jaka ilość padającego na powierzchnię promieniowania jest odbijana, a jaka wchłaniana bądź przepuszczana. Współczynnik refrakcji stanowi podstawę do obliczania odbicia w modelach oświetlenia mających podstawy fizyczne. Od jej wartości zależy zmiana odbijalności powierzchni wraz ze zmianą kąta padania światła.

Należy zauważyć, że im więcej parametrów opisujących powierzchnię tym obliczenie odbicia jest bardziej kosztowne, a jakość generowanych obrazów lepsza.

1.4.5. Równanie oświetlenia

Funkcja BRDF opisuje **lokalny model oświetlenia**. Jeśli dla danej powierzchni znana jest padająca na nią radiancja i jej funkcja odbicia, możliwe jest obliczenie wartości radiancji odbijanej w dowolnym kierunku. Przekształcając wzór (1.12) otrzymuje się zależność radiancji odbitej od radiancji padającej:

$$dL(x \rightarrow \Theta_r) = f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) L(x \leftarrow \Theta_i) \cos(\theta_i) d\omega_{\Theta_i}. \quad (1.15)$$

Po obustronnym scałkowaniu, wynikiem jest **równanie oświetlenia**:

$$L(x \rightarrow \Theta_r) = \int_{\Omega=2\pi} f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) L(x \leftarrow \Theta_i) \cos(\theta_i) d\omega_{\Theta_i}. \quad (1.16)$$

Korzystając ze wzoru (1.16) można obliczyć ilość radiancji opuszczającej dany punkt powierzchni w zadanym kierunku. Odbita radiancja jest całką po półsferze, dzięki czemu brane są pod uwagę wszystkie możliwe kierunki z których światło pada na punkt powierzchni. Taka postać równania oświetlenia jest podstawą działania algorytmów globalnego oświetlenia takich jak **Radiosity**, **Path Tracing** czy innych **metod Monte-Carlo**.

1.4.6. Rozszerzenie funkcji BRDF

Funkcja BRDF jest aproksymacją bardziej ogólnej funkcji opisu odbicia **BSSRDF** (ang. Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution Function). Przy obliczaniu BRDF zakłada się, że światło padające na punkt powierzchni jest odbijane w tym samym punkcie. Natomiast funkcja BSSRDF modeluje zjawiska, w których światło padające na powierzchnię w jednym punkcie, może zostać wypromieniowane w innym. Następuje wtedy **odbicie podpowierzchniowe**, które można zaobserwować np. dla mleka, marmuru czy ludzkiej skóry.

Uwzględnienie wnikania światła w powierzchnię i odbicia podpowierzchniowego implikuje potrzebę wprowadzenia większej ilości parametrów opisujących funkcję odbicia, co istotnie zwiększa koszt obliczeń.

Więcej na temat funkcji BSSRDF można znaleźć w pracy Jensena i in.[11].

Rozdział 2

Modele empiryczne

Empiryczne modele oświetlenia wynikają głównie ze zdrowego rozsądku i praktycznego podejścia do problemu odbicia. Do pewnego momentu stosowanie modeli empirycznych było jedyną możliwością, ze względu na ich niewielki koszt obliczeń. Teraz, choć możliwe jest stosowanie bardziej czasochłonnych modeli, to modele empiryczne ciągle odgrywają znaczącą rolę przy renderowaniu scen, szczególnie gdy chodzi o rendering w czasie rzeczywistym. Podejście zastosowane w obliczaniu lokalnego oświetlenia polega tu na rezygnacji z fizycznych podstaw odbicia. Parametry odbicia są określane na bazie eksperymentów. Dzięki temu postać równania oświetlenia jest prosta i klarowna, a zarazem efektywna obliczeniowo.

Modele empiryczne istniały w grafice komputerowej nim została wprowadzona formalna definicja funkcji BRDF i wynikające z jej postaci równanie oświetlenia (1.16). Pociąga to za sobą fakt, że zastosowany w nich sposób obliczania odbicia jest inny niż w podejściu bazującym na funkcji BRDF. Z upływem czasu zostały one opisane w oparciu o funkcję BRDF, lecz w niektórych przypadkach pociągnęło to za sobą pewne zmiany w ich definicji.

W celu sformalizowania opisu funkcji odbicia w modelach empirycznych wprowadzone zostanie, zaproponowane przez Schlicka [23], pojęcie funkcji **BSF** (ang. Bidirectional Shading Function). Funkcję tą można traktować jako uproszczoną funkcję BRDF, której dodatkowym elementem jest kosinus kąta padania. Jest tak, ponieważ klasyczne podejście do obliczania odbicia uwzględniało wprost kąt padania. Dlatego w ogólnym równaniu oświetlenia w kontekście modeli empirycznych odpowiedzialność za zależność od kąta padania przechodzi na funkcję BSF. Dodatkowo rezygnuje się z pojęcia kąta bryłowego, na rzecz dyskretyzacji zbioru kierunków. Wtedy równanie oświetlenia jest określone wzorem

$$L(x \rightarrow \Theta_r) = \sum_{k=1}^l S_r(\Theta_{i_k} \rightarrow \Theta_r) L(x \leftarrow \Theta_{i_k}), \quad (2.1)$$

gdzie S_r to funkcja odbicia BSF. W tym przypadku radiancja odbita jest dyskretną sumą radiancji padających z l różnych kierunków. Takie sformułowanie równania oświetlenia jest zwykle używane w niektórych algorytmach renderujących (np. ray tracing), gdzie tylko ograniczona liczba składowych jest rozważana (punktowe lub kierunkowe źródło światła, odbicie zwierciadlane).

Użycie funkcji BSF jest spowodowane faktem, że niektóre z modeli empirycznych są tak dalece różne od założeń fizyki odbicia i opisanie ich z wykorzystaniem funkcji BRDF nie jest ani naturalne ani proste. Dodatkowo wprowadza niepotrzebne zamieszanie nie oddając idei modelu. Aby niniejsze opracowanie było kompletne, dla każdej definicji modelu zostanie przedstawiona wersja zapisana w postaci funkcji BRDF.

Jedynym warunkiem jaki funkcja BSF powinna spełniać to własność normalizacyjna dla wartości przez nią przyjmowanych:

$$\forall \Theta_i, \forall \Theta_r : S_r(\Theta_i \rightarrow \Theta_r) \leq 1. \quad (2.2)$$

Mówi ona, że radiancja odbita nie może być większa od radiancji padającej.

2.1. Światło otoczenia

Niech scena nie będzie oświetlona żadnym kierunkowym źródłem oświetlenia, a obiekty znajdujące się wewnątrz, oświetlone będą ze wszystkich kierunków jednakowo. Bezkie-runkowe światło padające na taką scenę to **światło otoczenia**. Wytwarza ono liczne odbicia od wielu powierzchni znajdujących się w scenie nie oświetlając żadnego obiektu bezpośrednio.

Zakładając, że światło otoczenia pada jednakowo na wszystkie powierzchnie ze wszystkich kierunków, to równanie oświetlenia będzie postaci

$$L(x \rightarrow \Theta_r) = k_a L_a, \quad (2.3)$$

przy czym L_a jest radiancją, o której zakłada się, że jest stała dla wszystkich obiektów. Ilość światła odbijanego w ten sposób od powierzchni jest określona współczynnikiem odbicia światła otoczenia k_a , gdzie $k_a \in [0, 1]$. Współczynnik odbicia światła otoczenia jest własnością materiału. Razem z innymi parametrami opisującymi materiał, o których mowa będzie później, może on być traktowany jako cecha danej powierzchni.

Równanie (2.3) może być traktowane jako najbardziej trywialny model oświetlenia. Poza tym może on być składnikiem wielu innych modeli. Współczynnik światła otoczenia jest wprowadzany ze względu na doświadczalną wygodę i nie odpowiada bezpośrednio żadnej fizycznej właściwości rzeczywistych materiałów. Jest on wykorzystywany w celu uwzględnienia wszystkich złożonych dróg, którymi światło może dotrzeć do obiektu, a które mogą nie być uwzględnione w implementacji równania oświetlenia.

Jeśli, dla przykładu, scena zawiera jedynie kilka źródeł światła (punktowych lub kierunkowych) i nie są one w takich pozycjach aby oświetlać pewien obiekt (są za nim lub jest on w cieniu innego obiektu) i nie wykorzystano odpowiednio rozbudowanej metody globalnego oświetlenia, to bez uwzględniania światła otoczenia będzie on zupełnie czarny. Z doświadczenia jednak wiadomo, że gdy w scenie jest wystarczająco dużo światła aby obiekt był widziany wyraźnie, to nawet części nieoświetlone czy zacienione są widziane. Światło otoczenia jest zatem niedrogim sposobem uwzględnienia tego zjawiska, zamiast dokładnego obliczania wielokrotnych odbić.

2.2. Model Lamberta

Obiekty oświetlone jedynie światłem otoczenia świecą wprost proporcjonalnie do natężenia tego światła, pozostając oświetlone jednolicie na całej powierzchni. Jeśli jednak obiekt jest oświetlony przez punktowe źródło światła, którego promienie rozchodzą się równomiernie we wszystkich kierunkach z jednego punktu, to jasność powierzchni oświetlonego obiektu ulega zmianie w zależności od kierunku i odległości od światła.

Sposób w jaki następuje ta zmiana został opisany w 1760 roku przez Lamberta i znany jest jako **prawo kosinusów** lub **prawo Lamberta**. W zależności od zmiany kąta padania światła na powierzchnię następuje zmiana jej jasności – kiedy kąt wzrasta to jasność oświetlanej powierzchni maleje, i odwrotnie.

Odbicie opisane przez prawo kosinusów jest znane jako **odbicie lambertowskie**, a model oświetlenia który opiera się na charakterystyce tego odbicia **modelem Lamberta**. Jest to podstawowy model oświetlenia, który wchodzi w skład wielu innych modeli.

Model ten opisuje zachowanie się światła odbitego dla powierzchni doskonale rozpraszających bez połysku np. kredy, nazywanych powierzchniami lambertowskimi. Takie powierzchnie wydają się tak samo jasne ze wszystkich kierunków obserwacji. Dla danej powierzchni jasność zależy tylko od kąta θ_i między kierunkiem Θ_i do źródła światła i normalną do powierzchni N . Funkcja BSF jest postaci

$$S_r(x, \Theta_i \rightarrow \Theta_r) = k_d \cos(\theta_i), \quad (2.4)$$

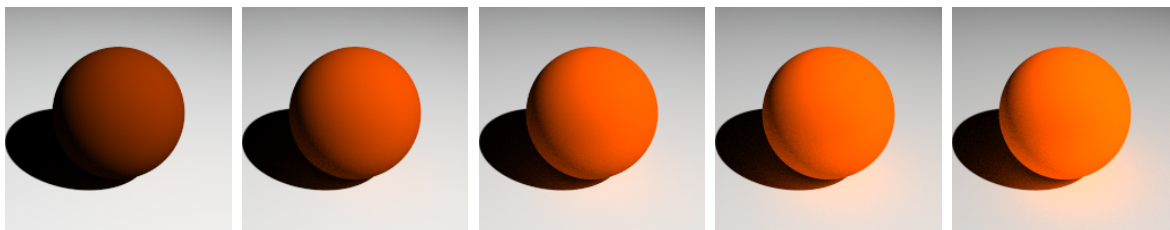
gdzie k_d jest współczynnikiem odbicia rozproszonego dla danej powierzchni, określającym stosunek radiancji padającej do odbitej.

Model Lamberta jest prostym modelem oświetlenia. Opisuje on jedynie odbicie rozproszone doskonale. Mimo to dla wielu powierzchni jest modelem dokładnym.

Zapis modelu Lamberta jako funkcji BRDF jest następujący

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \frac{k_d}{\pi}. \quad (2.5)$$

Czynnik π odgrywa tutaj rolę normalizacyjną (należy pamiętać o tym, że przy obliczaniu równania oświetlenia (1.16) całkuje się po półsfery).



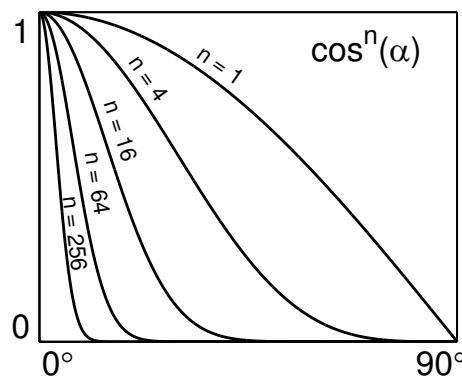
Rysunek 2.1: Kule wyrenderowane za pomocą modelu Lamberta. Od lewej do prawej: $k_d = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$.

Na rysunku 2.1 pokazano kule wyrenderowane z wykorzystaniem modelu Lamberta dla różnych wartości współczynnika k_d .

2.3. Model Phong

Rozwinięciem idei modelu Lamberta jest dodanie w równaniu oświetlenia wielkości opisującej **odbicie zwierciadlane**. Odbicie zwierciadlane można zaobserwować na każdej błyszczącej powierzchni. Dla przykładu, na oświetlonym jasnym jabłku. Widoczne rozświetlenie jest spowodowane odbiciem zwierciadlanym, a światło odbite od reszty jabłka jest wynikiem odbicia rozproszonego. Błyszczące powierzchnie odbijają światło niejednakowo w różnych kierunkach. Na idealnie błyszczącej powierzchni, np. zwierciadle, światło odbija się tylko w kierunku zwierciadlanego odbicia Θ_s . Dlatego obserwator może widzieć światło odbite zwierciadlane od lustra tylko wówczas, gdy kąt α (patrz tab. 1.1) jest równy zero. Wraz ze wzrostem chropowatości powierzchni kąt widoczności zwierciadlanego odbicia rozszerza się. Tym samym, wraz ze wzrostem kąta α intensywność odbicia zwierciadlanego ulega zmniejszeniu.

W 1975 roku Phong Bui-Tuong [21] opracował model oświetlenia, który symuluje wyżej opisane zjawisko. **Model Phong** opiera się na dwóch założeniach: maksimum odbicia zwierciadlanego występuje dla α równego zero i szybko spada ze wzrostem kąta α . Ten szybki spadek jest aproksymowany przez $\cos^n(\alpha)$, przy czym wykładnik n charakteryzuje zachowanie się odbicia zwierciadlanego dla danego materiału. Wartości n zmieniają się od 1 do kilkuset, zależnie od symulowanego materiału. Dla $n = 1$ występuje szeroki łagodny spadek, natomiast większe wartości symulują ostre, zogniskowane rozświetlenie (rys. 2.2).



Rysunek 2.2: Różne wartości $\cos^n(\alpha)$ w modelu Phong

Dla idealnego obiektu odbijającego (zwierciadło) n byłoby równe nieskończoności. W modelu oświetlenia Phong wykorzystał wcześniejsze prace innych badaczy, m.in. Warnocka [38], który stosował czynnik $\cos^n(\alpha)$ do modelowania odbicia zwierciadlanego przy założeniu, że źródło światła jest w punkcie, w którym znajduje się obserwator. Jednak Phong był pierwszym, który uwzględnił różne położenia dla obserwatora i światła.

Funkcja odbicia BSF dla modelu Phong jest liniową kombinacją dwóch składników: odbicia rozproszonego i **funkcji rozbłysku**:

$$S_r(\Theta_i \rightarrow \Theta_r) = k_d \cos(\theta_i) + k_s \cos^n(\alpha), \quad (2.6)$$

gdzie:

k_d – współczynnik odbicia rozproszonego powierzchni,

k_s – współczynnik odbicia zwierciadlanego powierzchni.

Lewis [15] pokazał, że klasyczny model Phong'a (2.6) nie spełnia ani **zasady zachowania energii**, ani **zasady wzajemności**. Mimo to, model ten jest najczęściej stosowanym modelem oświetlenia w praktycznych zastosowaniach.

Wraz z rozwojem badań nad funkcją odbicia postać modelu Phong'a została przepisana w formie funkcji BRDF:

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_d \frac{1}{\pi} + k_s \frac{n+2}{2\pi} \cos^n(\alpha), \quad (2.7)$$

$$k_d + k_s \leq 0. \quad (2.8)$$

Wielkość $(n+2)/2\pi$ w równaniu (2.7) jest czynnikiem normalizacyjnym wprowadzonym w celu zapewnienia fizycznej poprawności modelu. Idea działania modelu pozostaje ta sama. Lafortune i Willems [13] pokazali, że dzięki założeniu (2.8) i zastosowaniu czynników normalizacyjnych, funkcja (2.7) spełnia **zasady wzajemności i zachowania energii**.

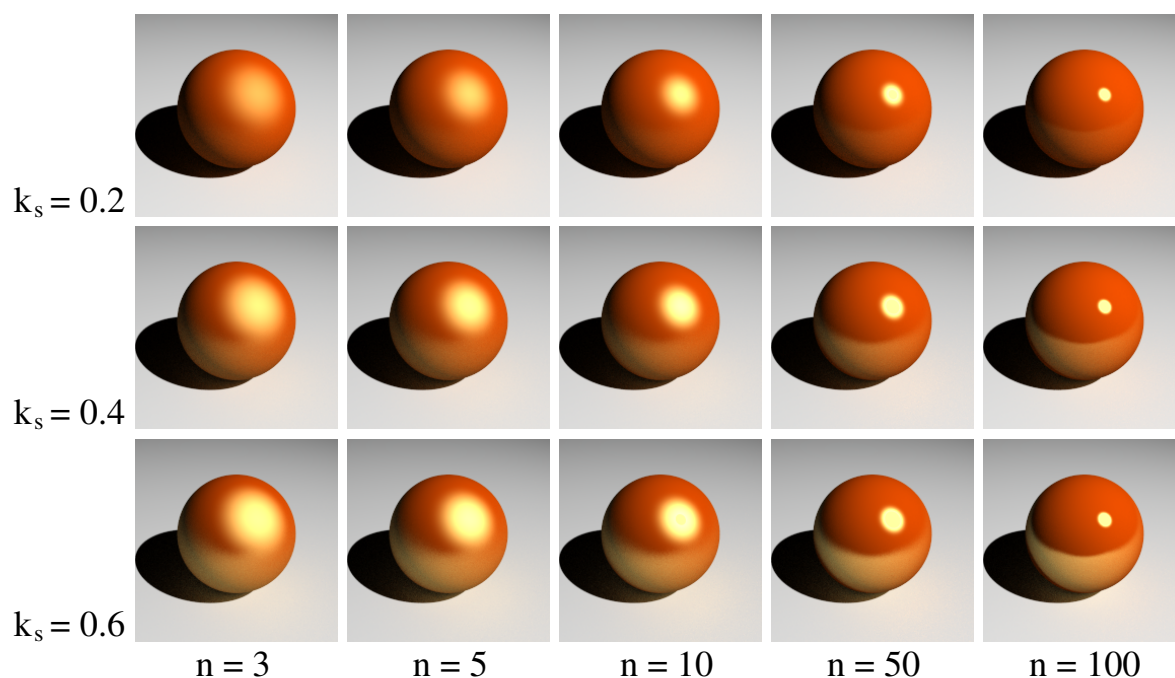
Na rysunku 2.3 pokazano kule wyrenderowane z użyciem modelu Phong'a dla $k_d = 0.4$ i różnych wartości parametrów k_s i n . Wraz ze wzrostem parametru k_s zwiększa się ilość odbijanego zwierciadlanie światła, co widać na coraz intensywniejszym odbiciu podłoża na kuli.

2.4. Model Blinna-Phonga

Alternatywny model oświetlenia do modelu Phong'a wprowadził Blinn [4] i jest on znany jako **model Blinna-Phonga**. Jest on istotny nie ze względu na lepszą symulację odbicia światła od powierzchni (używa tej samej empirycznej funkcji), ale dlatego, że unika obliczania wektora odbicia zwierciadlanego Θ_s , dzięki czemu jest on nieco szybszy. Obliczenie wektora odbicia jest dość czasochłonne, jeżeli trzeba to robić dla każdego punktu powierzchni. Aby uniknąć zbędnych obliczeń, Blinn zaproponował użycie wektora połówkowego, czyli wektora, który znajduje się pośrodku pomiędzy kierunkiem padania światła a kierunkiem odbicia (obserwatora). Jego obliczenie ma postać $\Theta_h = (\Theta_i + \Theta_r)/2$. Wektor połówkowy jest użyty zamiast wektora odbicia zwierciadlanego Θ_s , a funkcja rozbłysku jest postaci $\cos^n(\delta) = (\Theta_h \cdot N)^n$. Tym samym funkcja BSF przybiera postać

$$S_r(x, \Theta_i \rightarrow \Theta_r) = k_d \cos(\theta_i) + k_s \cos^n(\delta). \quad (2.9)$$

Należy dodać, że kąt δ pomiędzy kierunkami N i Θ_h nie jest równy kątowi α pomiędzy Θ_i a Θ_s . Niemniej jednak, użycie funkcji \cos^n do generowania lśniących powierzchni, wynika z obserwacji empirycznych, a nie z teoretycznego procesu odbicia światła.

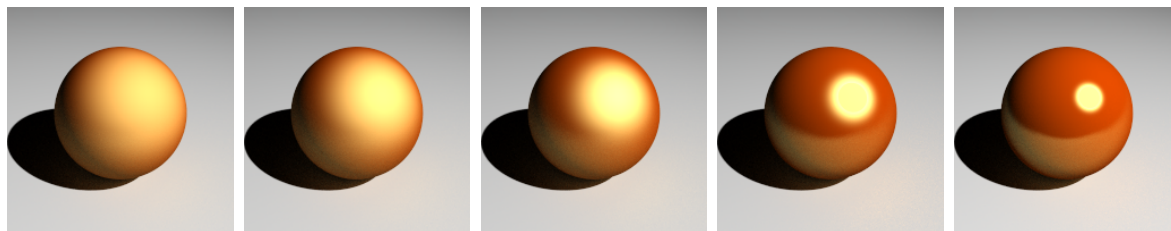


Rysunek 2.3: Kule wyrenderowane za pomocą modelu Phong, $k_d = 0.4$, $k_s = 0.2, 0.4, 0.6$, $n = 3, 5, 10, 50, 200$.

Wersja BRDF modelu Phong-Blinna jest następująca:

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_d \frac{1}{\pi} + k_s \frac{n+2}{2\pi} \cos^n(\delta). \quad (2.10)$$

Sekwencja obrazów wygenerowanych z użyciem modelu Phong-Blinna znajduje się na rysunku 2.4. Porównując wielkość rozbłysku na kulach na rysunku 2.4 z odpowiednimi obrazami wyrenderowanymi z użyciem modelu Phong na rysunku 2.3, widać różnicę. Jest ona spowodowana tym, że oba modele używają innego kąta w obliczeniach odbicia zwierciadlanego.



Rysunek 2.4: Kule wyrenderowane za pomocą modelu Blinna-Phonga, $k_d = 0.4$, $k_s = 0.4$, $n = 3, 5, 10, 50, 200$.

2.5. Funkcja rozbłysku

Funkcja rozbłysku \cos^n w równaniach (2.6) i (2.9) została wprowadzona przez Phonga po analizie doświadczalnej odbicia światła od zwierciadlanych powierzchni. Kontroluje ona rozmiar jasnej plamy, która pokazuje się na powierzchniach. Niech $H_n(t) = t^n = \cos^n$.

Blinn wprowadził estetyczne poprawki funkcji przyspieszające jej działanie, ale tylko o stały czynnik. Funkcja ta nadal pozostaje funkcją wykładniczą t^n i jest częścią modelu Phonga, której obliczenie zajmuje najwięcej czasu. Z tego powodu, od 1975 roku (kiedy Phong zaproponował swój model oświetlenia) powstało wiele rozwiązań alternatywnych mających na celu zredukowanie kosztu obliczeń.

Rozwiązania opierają się na założeniu, że przy aproksymacji funkcji t^n wielka dokładność nie jest potrzebna, ponieważ model Phonga jest modelem empirycznym i jego użycie nie jest planowane dla renderingów fizycznych: jego zadaniem jest dać wizualne wrażenie zwierciadlaności niektórych obiektów przez dodanie rozbłysków na ich powierzchni.

Trowbridge i Reitz [37] przedstawili prostą funkcję rozbłysku (wprowadzoną później do grafiki komputerowej przez Blinna [4]):

$$H_n(t) = \left[\frac{c^3}{t^2(c^2 - 1) + 1} \right]^2. \quad (2.11)$$

Mimo prostoty i niskiego kosztu funkcja ta raczej rzadko była implementowana. Zmieniając współczynnik c staje się możliwe precyzyjne kontrolowanie rozmiaru zwierciadlanego rozbłysku.

Bishop i Weimer [3] zaproponowali **stabelaryzowanie** funkcji t^n (jedna tablica dla każdej wartości n). W tablicy ma znaleźć się wystarczający zbiór próbek, aby można względnie dokładnie interpolować brakujące wartości. Używając interpolacji liniowej, koszt obliczeniowy jest bardzo niski, aczkolwiek interpolacja często powoduje widoczne **efekty pasm Macha**¹. Efekt ten może zostać wyeliminowany jedynie za pomocą wzięcia większej tablicy próbek dla każdego n lub zmieniając stopień interpolacji (np. na interpolację wielomianową). Wiąże się to jednak z dużo większym kosztem obliczeniowym i zużyciem pamięci.

Powstało także kilka rozwiązań, które biorą pod uwagę jedynie parametr kąta α (lub odpowiednio δ) omijając funkcję $t = \cos(\alpha)$. Blinn [4] zaproponował funkcję rozbłysku, która jest **funkcją Gaussa** kąta α :

$$H_n(\alpha) = e^{(\alpha c)^2}. \quad (2.12)$$

Dla efektywności obliczeń funkcja Gaussa może być aproksymowana przez funkcję Parzen Window [24].

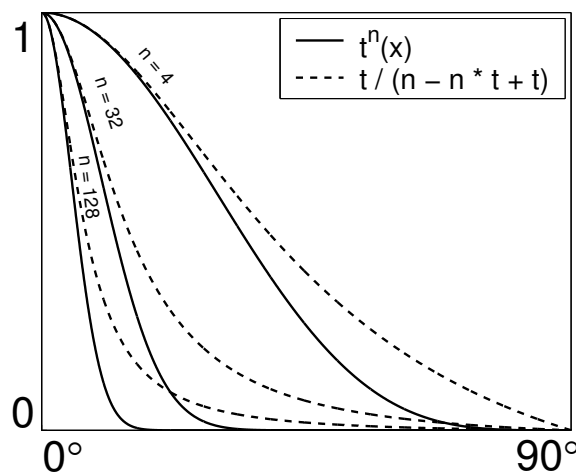
¹**Efekt pasm Macha** widoczny jest podczas zestawienia ze sobą dwóch powierzchni: ciemniejszej i jaśniejszej; charakteryzuje się tym, że w pobliżu krawędzi łączącej obie powierzchnie ciemniejsza wygląda ciemniej niż jest to w rzeczywistości i odpowiednio jaśniejsza powierzchnia wygląda jaśniej; tym samym rzeczywista powierzchnia o stałym kolorze w zestawieniu z powierzchnią o innej jasności przestaje wyglądać na powierzchnię o barwie jednolitej.

Innym podejściem jest zamiana funkcji wykładniczej $\cos^n(\alpha)$ na **wielomian** $\rho(\alpha)$. Aproksymacją może być na przykład wielomian Czebyszewa, jak zaproponowali Poulin i Fournier [22], lub częściowa funkcja kwadratowa, jak zaproponowali Kuijk i Blake [36]. Niestety podstawowym ograniczeniem tych metod w porównaniu do metod bazujących na kosinusie jest konieczność wywołania funkcji arccos wszędzie tam, gdzie funkcja rozbłyску jest wyrażona jako iloczyn skalarny (z którego zwykle korzysta się w praktyce). Koszt obliczenia funkcji odwrotnej do \cos , czyli \arccos , jest zbliżony do obliczenia funkcji wykładniczej.

Najprostsza i najbardziej efektywna obliczeniowo funkcja rozbłyску została wprowadzona przez Schlicka [25]. Podobnie jak inni wychodzi on z założenia, że przy aproksymacji funkcji t^n wielka dokładność nie jest potrzebna. Stwierdza on zarazem, że każda funkcja która powoduje podobne wrażenie może być użyta zamiast wykładniczej. Zaproponował zatem prostą funkcję, która wygląda bardzo podobnie do $t^n = \cos^n$, postaci

$$H_n(t) = \frac{t}{n - nt + t}. \quad (2.13)$$

Do jej obliczenia potrzeba 1 dzielenia, 1 mnożenia, 1 odejmowania i jednego dodawania. Porównanie wykresów obu funkcji znajduje się na rysunku 2.5.



Rysunek 2.5: Porównanie wykresów funkcji rozbłyску Phonga i Schlicka

Rozdział 3

Modele bazujące na fizyce

Badanie odbicia światła od rzeczywistych powierzchni od dawna było tematem wielu teoretycznych i eksperymentalnych rozważań. Fizycy zauważyli, że model Phong’a w ogólnym przypadku pasuje do wyników badań empirycznych. Pojawia się jednak kilka odstępstw od tej reguły. Największą różnicę widać w kształcie funkcji rozbłysku, której postać nie zmienia się wraz ze zmianą kąta padania światła. Okazuje się, że w rzeczywistości, im bardziej rośnie kąt padania tym zdolność odbijania zwierciadlanego powierzchni rośnie. Inną zaobserwowaną różnicą jest fakt, że kierunek maksymalnego rozbłysku nie zawsze jest zgodny z wektorem zwierciadlanego odbicia Θ_s . Zjawisko to zostało opisane przez Torrance’a i Sparrowa [34], i nosi miano **odbicia *off-specular***.

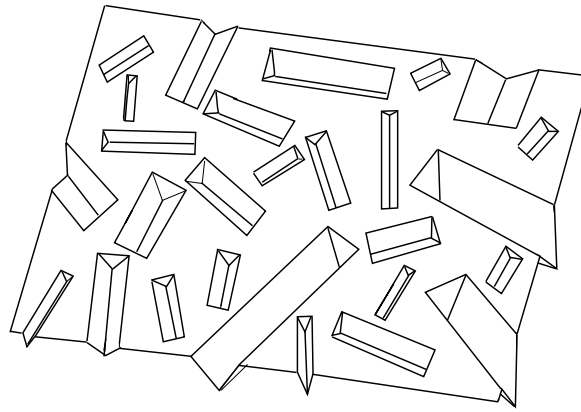
W 1976 roku Torrance i Sparrow [34] wyprowadzili teoretyczny model odbicia, który uwzględnia wyżej opisane zjawiska. Blinn [4] jako pierwszy zaadaptował **model Torrance’a-Sparrowa** dla potrzeb grafiki komputerowej, podając matematyczne szczegóły i porównując go z modelem Phong’a. Cook i Torrance [5] wprowadzili powszechnie stosowaną implementację modelu wykorzystując pojęcie funkcji BRDF i rozszerzając go o aproksymację widmowego rozkładu światła odbitego od powierzchni (parametr długości fali przy obliczaniu współczynnika Fresnela). Pomiary eksperymentalne pokazują bardzo dobrą zgodność między rzeczywistym odbiciem a odbiciem wynikającym z tego modelu.

Na model Torrance’a-Sparrowa (a zarazem model Cooka-Torrance’a) składają się trzy główne pojęcia: **model mikrościanek**, **funkcja szorstkości** opisująca rozkład mikrościanek i **współczynnik Fresnela** określający odbicie od powierzchni.

3.1. Model mikrościanek

Model mikrościanek (in. **model powierzchni Torrance’a-Sparrowa**) [34] jest fizycznym modelem powierzchni odbijającej. Zakłada się w nim, że powierzchnia jest izotropowym zbiorem płaskich mikroskopijnych ścianek, z których każda idealnie odbija światło (rys. 3.1). Geometria, rozkład **mikrościanek** oraz kierunek padania światła określają natężenie i kierunek odbicia zwierciadlanego.

Każdą z mikrościanek rozpatruje się względem sąsiedniej, z którą tworzy ona rowek



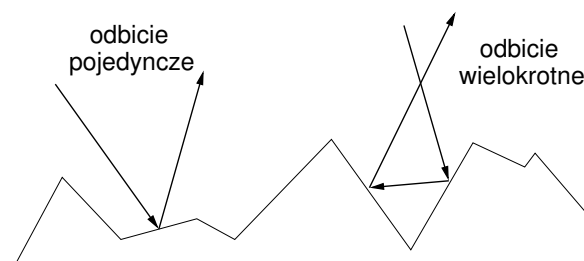
Rysunek 3.1: Model mikrościanek Torrance'a-Sparrowa

w kształcie litery V. Zakłada się, że kąt nachylenia obu mikrościanek tworzących rowek jest taki sam.

Powierzchnia jest zbudowana z ogromnej ilości mikrościanek, a ich rozmieszczenie względem kierunku padania światła jest określone przez **funkcję szorstkości** (patrz p. 3.2). W klasycznym modelu mikrościanek zakłada się, że orientacje ścianek względem kąta azymutu ϕ są jednakowo prawdopodobne. Wynika z tego, że powierzchnia jest izotropowa. Niemniej jednak, z wykorzystaniem modelu mikrościanek można także definiować powierzchnie anizotropowe, definiując funkcję rozkładu mikrościanek zależną od kąta azymutu ϕ .

Model powierzchni Torrance'a-Sparrowa jest poprawny, jeżeli powierzchnia pojedynczej mikrościanki jest większa od długości fali na nią padającej.

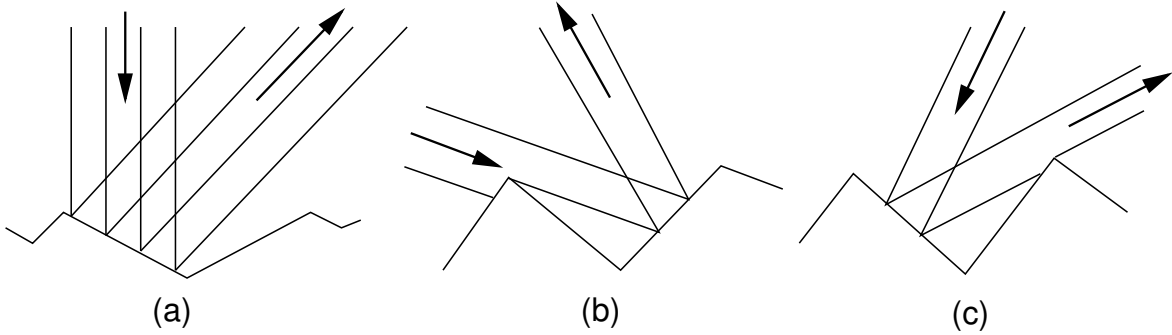
W modelu mikrościanek przyjmuje się, że powierzchnia odbija światło na dwa sposoby: **odbicie bezpośrednie** i **odbicie niebezpośrednie** (rys. 3.2). Odbicie bezpośrednie powstaje w wyniku pojedynczego odbicia światła od powierzchni mikrościanek i daje w wyniku odbicie zwierciadlane. Natomiast odbicia niebezpośrednie są skutkiem wielokrotnych odbić światła od mikrościanek. Wielokrotne odbicie powoduje, że światło jest rozpraszane wewnątrz i opuszcza powierzchnię w dowolnym kierunku. Wynikiem jest rozproszone odbicie światła.



Rysunek 3.2: Odbicie pojedyncze i wielokrotne w modelu mikrościanek

Geometria mikrościanek implikuje fakt, że ściany tworzące rowek mogą blokować

światło wpadające lub odbite od ich powierzchni. Rysunek 3.3b pokazuje **cieniowanie**, kiedy to padające z danego kierunku światło jest blokowane przez kształt mikrościanki. Z drugiej strony, gdy geometria ścianki blokuje wychodzące na zewnątrz światło powstaje zjawisko **maskowania** (rys. 3.3c).



Rysunek 3.3: Wpływ geometrii mikrościanek na ilość odbitego światła: (a) brak efektów, (b) cieniowanie, (c) maskowanie

Efekty cieniowania i maskowania powodują, że ilość światła padającego na ścianę jest większa od ilości światła od niej odbitego zwierniadlanie (rozważane jest pierwsze odbicie). Ich wpływ jest określony przez **współczynnik geometrycznego wygaszania** G . Analityczny opis tej wielkości został wprowadzony przez Blinna [4] i jest postaci

$$\begin{aligned}
 G &= \min\{1, G_c, G_m\}, \\
 G_c &= \frac{2 \cos(\delta) \cos(\theta_r)}{\cos(\beta)}, \\
 G_m &= \frac{2 \cos(\delta) \cos(\theta_i)}{\cos(\beta)},
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

gdzie:

G – współczynnik geometrycznego wygaszania,

G_c – wielkość odpowiedzialna za wpływ cieniowania,

G_m – wielkość odpowiedzialna za wpływ maskowania.

Postać wyrażenia (3.1) jest wynikiem prostej aproksymacji geometrii powierzchni, dlatego nie zawsze przystaje do eksperymentalnych pomiarów: jego wyprowadzenie nie jest zmienne względem rotacji wokół wektora normalnej i jest niezależne od szorstkości powierzchni. Smith [32] zaproponował sformułowanie, które nie podlega tym restrykcjom i zostało eksperymentalnie zweryfikowane. Co więcej, zależy jedynie od kątów θ_i i θ_r , i jest względem nich rozdzielone:

$$G(\theta_i, \theta_r) = G(\theta_i)G(\theta_r), \tag{3.2}$$

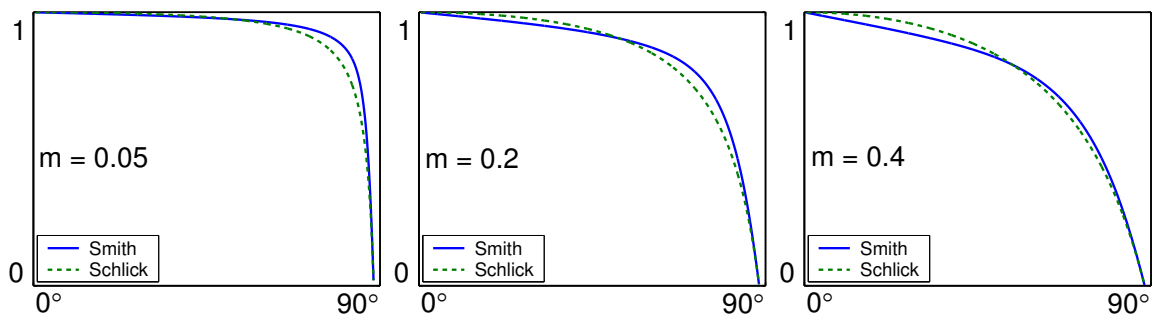
$$\begin{aligned}
 G(\theta) &= \frac{g}{g+1}, \\
 g &= \sqrt{h\pi}(2 - \operatorname{erfc}(\sqrt{h})), \\
 h &= \frac{\cos^2(\theta)}{2m^2(1 - \cos^2(\theta))}, \\
 \operatorname{erfc}(x) &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

gdzie m to **odchylenie średniokwadratowe pochylenia mikropowierzchni (parametr szorstkości)**. Teoretycznie $m \in (0, \infty)$, lecz w praktyce prawie nigdy nie przekracza wartości 0.8 dla rzeczywistych powierzchni.

Pomimo dość skomplikowanej formuły, kształt funkcji Smitha (3.2) jest dość prosty. Z tego względu Schlick [24] proponuje równość, która jest aproksymacją wyrażenia (3.3):

$$\begin{aligned}
 G(\theta) &= \frac{\cos(\theta)}{\cos(\theta) - k \cos(\theta) + k}, \\
 k &= \sqrt{\frac{2m^2}{\pi}}.
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Gdy wstępnie obliczy się k i $1 - k$, to do obliczenia $G(\theta)$ potrzeba jedynie 1 dzielenia, 1 mnożenia i 1 dodawania. Kształty wykresu funkcji (3.3) i (3.4) są bardzo podobne (rys. 3.4). Co więcej, kilka testów pokazało, że użycie równości (3.4) zamiast (3.3) w wyrażeniu $G(\theta_i, \theta_r)$ dla modelu Cooka-Torrance'a, daje obrazki które są niemal nieodróżnialne od oryginalnych (mniej niż 1% błędów).



Rysunek 3.4: Porównanie wykresów współczynnika geometrycznego wygaszania Smitha i Schlicka

3.2. Funkcja szorstkości

Gdy światło pada na powierzchnię pod różnymi kątami, różne rozkłady mikrościanek powodują różne zachowanie odbicia. Światło odbite zwierciadlanie w danym kierunku może pochodzić jedynie od tych mikrościanek, które są zorientowane do odbijania światła w tym kierunku, tzn. których normalna do powierzchni jest w kierunku Θ_h .

Funkcja szorstkości D (znana także jako **funkcja gęstości rozkładu pochyłeń**) charakteryzuje statystyczny rozkład pochyłeń mikrościanek, określając **szorstkość** powierzchni.

Blinn [4] zaprezentował różne rodzaje funkcji szorstkości. Jedną z najprostszych jest **funkcja Gaussa**:

$$D(\delta) = ce^{-(\delta/m)^2} \quad (3.5)$$

dla danej stałej c , zależnej od rodzaju materiału, i kąta δ (patrz tab. 1.1). Funkcja szorstkości zależy ponadto od, wspomnianego wcześniej, parametru szorstkości m . Małe wartości m , takie jak 0.01 oznaczają, że powierzchnia jest gładka, rowki tworzone przez mikrościanki odpowiednio płytkie, a odbicie zwierciadlane ostre. Duże wartości m , jak 0.6, wskazują, że szorstkość powierzchni jest duża, rowki są głębokie, a odbicie zwierciadlane jest odpowiednio rozciągnięte. Wartość parametru m jest wyprowadzana dla każdej powierzchni na bazie eksperymentów.

Cook i Torrance [5], wprowadzając swoją wersję modelu Torrance'a-Sparrowa do grafiki komputerowej, zaproponowali inne sformułowanie funkcji rozkładu gęstości, opracowane na podstawie pracy Beckmanna i Spizzichino [2]:

$$D(\delta) = \frac{1}{m^2 \cos^4(\delta)} e^{-[\text{tg}(\delta)/m]^2}. \quad (3.6)$$

Funkcja (3.6) dobrze opisuje tak płaskie jak i nierówne powierzchnie, oraz powierzchnie będące metalami czy izolatorami. Posiada co najmniej dwie główne zalety. Po pierwsze, jak zauważył Cook, nie wymaga żadnych przypadkowych stałych, ale jedynie mającą fizyczne znaczenie wartość m , która może być doświadczalnie zmierzona. Po drugie, dla dowolnej wartości m , pochodna wyrażenia (3.6) nie będzie większa od 1, dzięki czemu model oświetlenia na niej oparty będzie spełniać zasadę zachowania energii.

Równanie (3.6) wynika z prostych założeń względem rozkładu mikropowierzchni. Choć działa dobrze, to jednak jego obliczenie jest kosztowne. Schlick [23] zauważył, że skoro funkcja $D(\delta)$ wynika mniej lub bardziej z doświadczeń, to można spróbować znaleźć prostsze i tańsze wyrażenie. Jako spełniającą odpowiednie założenia zaproponował funkcję:

$$D(\delta) = \frac{\cos^2(\delta)}{(m \cos^4(\delta) - r \cos^4(\delta) + r)^2}, \quad (3.7)$$

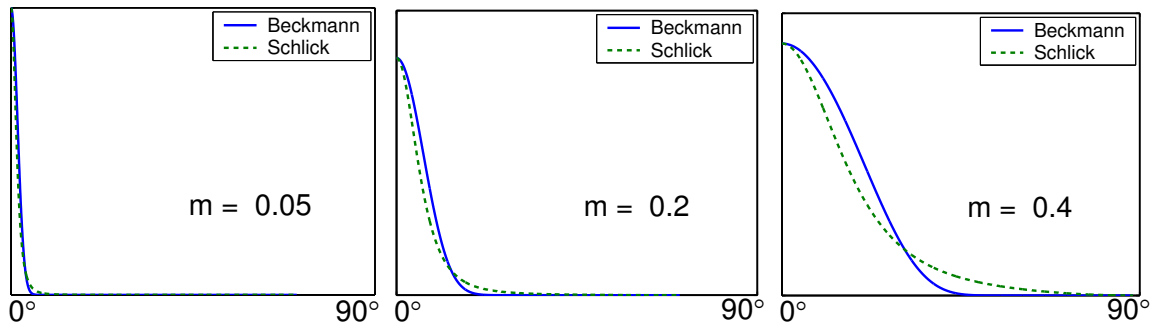
$$r = \frac{1}{2m},$$

do obliczenia której potrzeba tylko 1 dzielenia, 4 mnożeń i 1 dodawania, używając zoptymalizowanej implementacji. Porównanie wykresów funkcji szorstkości Beckmanna i Schlicka dla różnych parametrów m zostało pokazane na rysunku 3.5.

Powierzchnia może być charakteryzowana przez kombinację różnych typów szorstkości względem rozważanej skali. Ostateczna postać funkcji rozkładu gęstości nachyleń może być sumą ważoną kilku funkcji szorstkości:

$$D(\delta) = \sum_k w_k D(\delta, m_k), \quad (3.8)$$

używając współczynnika w_k jako wagi dla danego parametru m_k .



Rysunek 3.5: Porównanie wykresów funkcji szorstkości Beckmanna i Schlicka

3.3. Współczynnik Fresnela

Ilość odbitego i pochłoniętego światła jest funkcją długości padającej fali, geometrii powierzchni i kąta padania. Wyrazić to można za pomocą **równania Fresnela**.

Odbijalność zwierciadlaną każdego materiału można opisać za pomocą indeksu refrakcji η i współczynnika wygaszania κ . Z wykorzystaniem tych wielkości równanie Fresnela opisuje odbicie światła od doskonale gładkiej, zwierciadlanej powierzchni dla danego kąta padania. Dla niespolaryzowanej fali elektromagnetycznej jego postać jest następująca:

$$F_{\lambda}(\beta) = \frac{1}{2} \frac{(a-c)^2 + b^2}{(a+c)^2 + b^2} \left[\frac{(a+c-1/c)^2 + b^2}{(a-c+1/c)^2 + b^2} + 1 \right], \quad (3.9)$$

$$a^2 = \frac{1}{2} (\sqrt{(\eta_{\lambda}^2 - \kappa_{\lambda}^2 + c^2 - 1)^2 + 4\eta_{\lambda}^2 \kappa_{\lambda}^2} + \eta_{\lambda}^2 - \kappa_{\lambda}^2 + c^2 - 1),$$

$$b^2 = \frac{1}{2} (\sqrt{(\eta_{\lambda}^2 - \kappa_{\lambda}^2 + c^2 - 1)^2 + 4\eta_{\lambda}^2 \kappa_{\lambda}^2} - \eta_{\lambda}^2 + \kappa_{\lambda}^2 - c^2 + 1),$$

$$c = \cos(\beta) = \Theta_r \cdot \Theta_h,$$

gdzie:

η_{λ} – stosunek indeksów refrakcji nad i pod powierzchnią,

κ_{λ} – współczynnik wygaszania powierzchni; miara stopnia redukcji ilości światła, które ulega transmisji przez powierzchnię.

Jedną z charakterystycznych cech współczynnika Fresnela jest to, że jeśli kąt $\beta = \pi/2$ to $F_{\lambda}(\beta) = 1$ dla dowolnej długości fali. Dodatkowo, dla niemetali wartość współczynnika wygaszania κ jest równa 0, a równanie upraszcza się do postaci:

$$F_{\lambda}(\beta) = \frac{1}{2} \frac{(a-c)^2}{(a+c)^2} \left[\frac{[c(a+c)-1]^2}{[c(a-c)+1]^2} + 1 \right], \quad (3.10)$$

$$a^2 = \eta_{\lambda}^2 + c^2 - 1, \quad b = 0,$$

$$c = \cos(\beta).$$

Trudnością uniemożliwiającą częste wykorzystanie współczynnika $F_{\lambda}(\beta)$ jest fakt, że wartości η i κ zmieniają się wraz ze zmianą długości fali, a ich wartości nie dla wszystkich

materiałów są znane. Istnieją eksperymentalne dane¹, ale zwykle można znaleźć jedynie wartości η i κ dla długości fali będącej w środku widzialnego widma światła ($\lambda = 589$) (oznaczone będą jako $\bar{\eta}$ i $\bar{\kappa}$).

Z drugiej strony, ogólnie dostępne są dane dla dużej ilości materiałów opisujące widmowy rozkład F_λ współczynnika Fresnela (wartości odbicia dla fali o odpowiedniej długości) dla kierunku padania równego normalnej do powierzchni ($\beta = 0$).

Cook i Torrance [5] zaproponowali praktyczny kompromis. Jeśli wartości η i κ są znane, to do obliczeń wykorzystuje się wprost równanie Fresnela (3.9). Gdy jednak, dana jest jedynie wartość odbicia dla kierunku równego normalnej do powierzchni, zaproponowali oni dopasowanie równania dla tej wartości. Dla niemetali, gdzie $\kappa = 0$, natychmiast otrzymuje się oszacowanie indeksu refrakcji η . Dla metali, dla których w ogólności $\kappa > 0$, κ zostaje ustawione na 0, co daje efektywną wartość η dla kierunku padania równego normalnej. Zależność F_λ od kąta padania jest wtedy dostępna wprost z równania Fresnela. Procedura ta daje poprawne wartości F_λ dla kierunku padania równego normalnej i dobre oszacowanie zależności od innych kątów padania.

Wykorzystując równanie (3.10) dla kierunku padania Θ_i równego normalnej N , to wartości $\beta = 0$ i $a = \eta_\lambda$, a równanie przybiera postać:

$$F_\lambda(0) = \left\{ \frac{\eta_\lambda - 1}{\eta_\lambda + 1} \right\}. \quad (3.11)$$

Rozwiązując je względem η_λ

$$\eta_\lambda = \frac{1 + \sqrt{F_\lambda(0)}}{1 - \sqrt{F_\lambda(0)}}. \quad (3.12)$$

Tak otrzymane wartości η są następnie podstawiane do oryginalnego równania Fresnela w celu obliczenia odbicia dla innych kątów padania. Procedura może być w razie potrzeby powtarzana dla innych długości fal w celu uzyskania widmowej i kierunkowej zależności odbicia.

Zależność odbicia od długości fali i kąta padania implikuje zmianę koloru odbijanego światła. Kiedy wartość kąta β osiąga wartość $\pi/2$, kolor odbitego światła dochodzi do koloru źródła oświetlenia (wartość współczynnika Fresnela równa się jedności).

Obliczanie współczynnika Fresnela dla każdej długości fali jest dość kosztowne. Można to uprościć na dwa sposoby. Po pierwsze, stabelaryzować wartości dla pewnych kątów padania, co niesie za sobą dość duże zużycie pamięci. Po drugie można użyć aproksymacji zaproponowanej przez Cooka i Torrance'a [5].

Niech $\bar{f} = \bar{F}(0)$ oznacza średnią wartość współczynnika Fresnela dla $\beta = 0$, obliczoną z wykorzystaniem wartości $\bar{\eta}$, $\bar{\kappa}$ i równania (3.9). Analogicznie otrzymuje się $\bar{F}(\beta)$ dla innych kątów β . Dodatkowo dany jest widmowy rozkład F_λ współczynnika Fresnela dla każdej długości fali i kierunku padania równego normalnej do powierzchni. Będzie on dla danej długości fali oznaczany przez f_λ .

Interpolacja polega na obliczeniu współczynnika Fresnela dla kątów pomiędzy $\beta = 0$ a $\beta = \pi/2$ dla różnych długości fali. Wykorzystuje się tu fakt mówiący, że wartość $F_\lambda(\pi/2) = 1$ dla każdej długości fali.

¹na stronie internetowej <http://www.luxpop.com> można znaleźć wartości η_λ i κ_λ dla wielu materiałów i różnych długości fali.

Do obliczenia wartości pośrednich dla danego kąta i długości fali wykorzystuje się wzór:

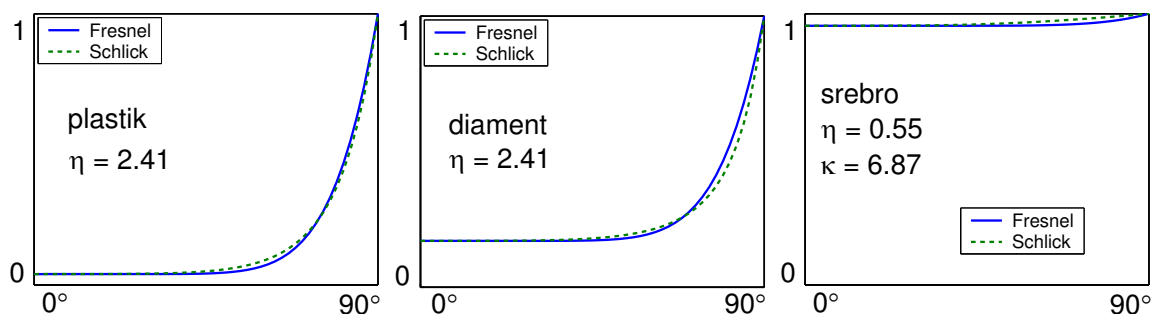
$$F_\lambda(\beta) = f_\lambda + (1 - f_\lambda) \frac{\overline{F}(\beta) - \overline{f}}{1 - \overline{f}}. \quad (3.13)$$

Aproksymacja ta nie tylko zaspokaja brak danych eksperymentalnych, ale zarazem istotnie przyspiesza czas obliczeń, ponieważ wzór dla współczynnika Fresnela jest użyty tylko raz dla średnich wartości $\overline{\eta}$ i $\overline{\kappa}$.

Rysując wykres zależności współczynnika Fresnela dla różnych materiałów można zauważyć, że kształt krzywych nie różni się istotnie w zależności od rodzaju materiału. Główną różnicą są wartości f_λ , które krzywa przyjmuje dla $\beta = 0$. Dlatego w procesie aproksymacji może być zrobiony krok naprzód, w którym wartość $F_\lambda(\beta)$ będzie jedynie zależna od wartości f_λ (pomijając η i κ). Schlick [24] zaproponował prostą **interpolację wielomianową**. Dostarcza on wyrażenie, w której błąd pomiędzy wartością aproksymowaną a aproksymacją wynosi mniej niż 1%:

$$F_\lambda(\beta) = f_\lambda + (1 - f_\lambda)(1 - \cos(\beta))^5. \quad (3.14)$$

Porównanie wykresów współczynnika Fresnela i jego aproksymacji dla różnych materiałów znajduje się na rysunku 3.6.



Rysunek 3.6: Porównanie wykresów oryginalnego współczynnika Fresnela i aproksymacji Schlicka dla plastiku, diamentu i srebra

Aproksymacja (3.14) w zoptymalizowanej implementacji wymaga jedynie 4 mnożeń i 2 dodawań. Statystyczne testy [23, 24] pokazały, że równość (3.14) może być obliczona niemal 32 razy szybciej niż oryginalny współczynnik Fresnela. Jeśli wartość f_λ nie jest znana to jednorazowo dla każdego materiału może ona być wyliczona z równania (3.9), pod warunkiem, że znane są wartości η_λ i κ_λ .

3.4. Model Cooka-Torrance'a

W 1981 roku Cook i Torrance przedstawili pierwszy teoretyczny model oświetlenia dla grafiki komputerowej [5]. Model ten bazuje na wcześniejszych pracach Torrance'a-Sparrowa i Beckmanna-Spizzichino.

Funkcja odbicia została tu podzielona na dwie części. Pierwsza jest odpowiedzialna za odbicie rozproszone światła, a druga za odbicie zwierciadlane:

$$f_r = k_d f_d + k_s f_s, \quad (3.15)$$

gdzie k_s i k_d to odpowiednio współczynniki zwierciadlanego i rozproszonego odbicia światła dla danej powierzchni, $k_s + k_d \leq 1$.

Odbicie rozproszone, opracowane na bazie modelu Lamberta (p.2.2), jest równe we wszystkich kierunkach i nie zależy od kierunku do obserwatora:

$$f_d(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \frac{1}{\pi}. \quad (3.16)$$

Z drugiej strony postać odbicia zwierciadlanego różni się w zależności rozpatrywanego kierunku odbicia. Do opisu części odpowiedzialnej za odbicie rozproszone wykorzystano tu wcześniej omówione pojęcia: **funkcję szorstkości** (D), **współczynnik geometrycznego wygaszania** (G) i **współczynnik Fresnela** (F). Postać składnika odbicia zwierciadlanego funkcji BRDF dla modelu Cooka-Torrance'a ma postać

$$f_s(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \frac{1}{\pi} \frac{F \cdot D \cdot G}{\cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}. \quad (3.17)$$

Funkcja D użyta w (3.17) jest funkcją Beckmanna (3.6), G jest określona przez (3.1), natomiast współczynnik Fresnela F otrzymuje się ze wzorów (3.9), (3.10) i (3.13).

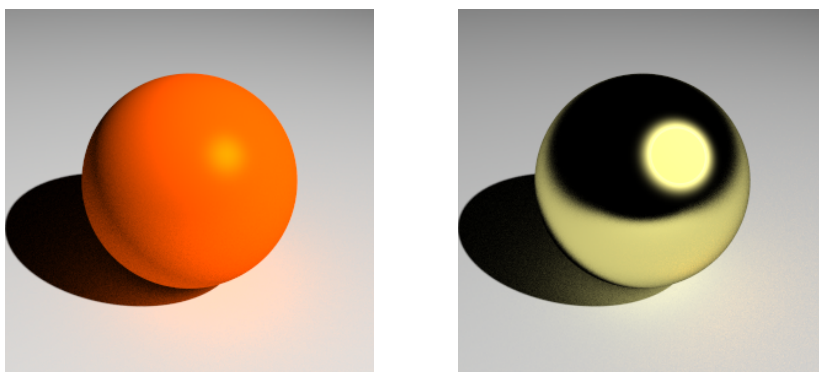
Kombinacja współczynnika Fresnela i funkcji rozkładu nachyleń mikrościanek (funkcji szorstkości) powoduje, że maksimum zwierciadlanego odbicia nie zawsze będzie w kierunku zwierciadlanego odbicia (jak to było w przypadku modelu Phong'a). Niech mikropowierzchnie będą równo rozłożone we wszystkich kierunkach. Wtedy ilość odbijających ścianek będzie taka sama dla małych i dużych kątów padania. Kształt krzywej opisującej zmianę współczynnika Fresnela wskazuje, że odbicie jest większe dla dużych kątów padania, zatem mikrościanki ułożone pod tymi kątami odbijają więcej światła. Powoduje to, że szczyt zwierciadlanego odbicia jest nieco dalej od normalnej niż przy doskonałym odbiciu zwierciadlanym. Zachodzi zatem zjawisko **odbicia off-specular**.

Model Cooka-Torrance'a jest modelem opracowanym w oparciu o fizykę odbicia. Funkcja (3.17) posiada wszystkie cechy i założenia nałożone na postać ogólnej funkcji BRDF. W szczególności spełnia **zasady wzajemności i zachowania energii**. Model ten jest najczęściej stosowanym modelem oświetlenia w renderingach realistycznych. Obrazy generowane z jego wykorzystaniem są zbliżone do obrazów rzeczywistych.

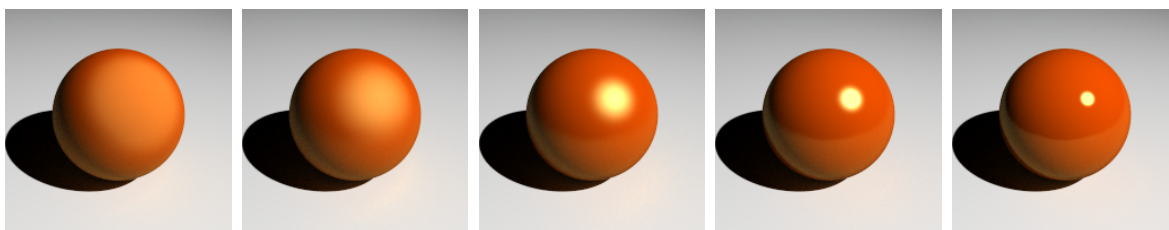
Na rysunku 3.7 pokazane zostały dwie kule, plastikowa i miedziana, wygenerowane z wykorzystaniem modelu Cooka-Torrance'a. Kula plastikowa posiada następujące parametry: $k_d = 0.8$, $k_s = 0.2$, $m = 0.15$, $\eta = 1.49$. Natomiast kula miedziana: $k_d = 0$, $k_s = 0.8$, $m = 0.25$, $\eta = 1.0$, $\kappa = 2.39$.

Na rysunku 3.8 pokazane zostały kule wyrenderowane dla różnych wartości parametru m .

Oryginalny model Cooka-Torrance'a jest jednak dość kosztownym obliczeniowo modelem oświetlenia. Z pomocą przychodzą tu omówione wcześniej aproksymacje zaproponowane przez Schlicka [23, 24]. Po zebraniu rezultatów (3.14), (3.4), (3.7) i wstawieniu ich do (3.17) dostaje się w wyniku rodzaj **zoptymalizowanego modelu Cooka-Torrance'a** (in. **modelu Schlicka-Cooka-Torrance'a**). Model taki jest istotnie



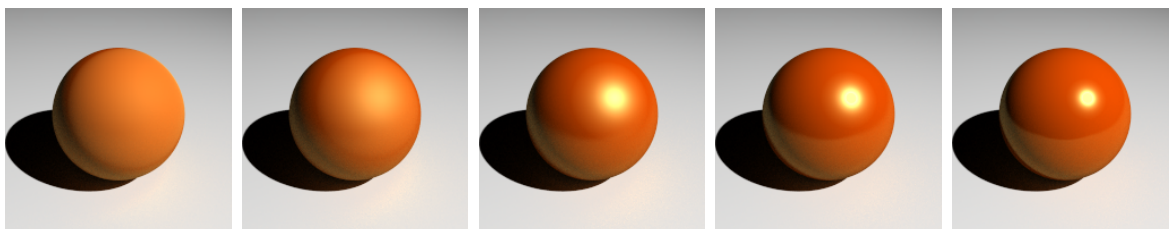
Rysunek 3.7: Kule: plastikowa i miedziana, wyrenderowane z wykorzystaniem modelu Cooka-Torrance'a



Rysunek 3.8: Kule wyrenderowane za pomocą modelu Cooka-Torrance'a, $k_d = k_s = 0.4$, $\eta = 1.5$. Od lewej do prawej: $m = 0.6, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$

szybszy z mniej niż 3% błędów w porównaniu do implementacji wykorzystującej pierwotne formuły. Z uwagi na to, że użyte zostały jedynie proste operacje arytmetyczne (+ - * /) aproksymowany model Schlicka-Cooka-Torrance'a jest dobrze dopasowany do implementacji sprzętowej.

Na rysunku 3.9 pokazane zostały kule wyrenderowane dla różnych wartości parametru m z wykorzystaniem modelu Schlicka-Cooka-Torrance'a, odpowiadające kulom na rysunku 3.8. Należy zauważyć, że rozbłysk jest w tym przypadku większy, co wynika z faktu, że aproksymacja Schlicka funkcji Beckmanna wolniej osiąga wartość zero (patrz rys. 3.5).



Rysunek 3.9: Kule wyrenderowane za pomocą modelu Schlicka-Cooka-Torrance'a, $k_d = k_s = 0.4$, $\eta = 1.5$. Od lewej do prawej: $m = 0.6, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$

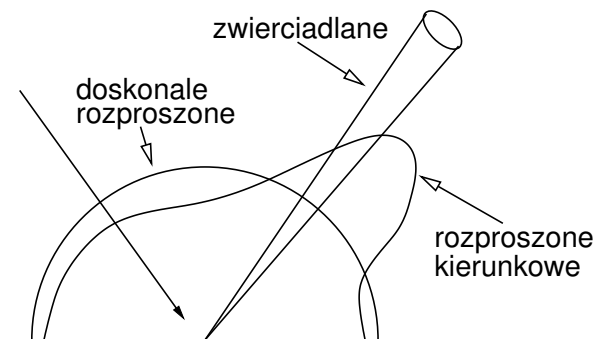
3.5. Model HTSG

Najbardziej kompletny i eksperymentalnie weryfikowalny model oświetlenia został wprowadzony do grafiki komputerowej przez He, Torrance'a, Silliona i Greenberga [9]. Model bierze pod uwagę niemal wszystkie zjawiska towarzyszące odbiciu światła, wliczając w to zjawiska falowe takie jak: **polaryzacja, dyfrakcja i interferencja**.

Model HTSG bazuje na optyce fali i opisuje odbicie rozproszone, rozproszone kierunkowe i zwierciadlane. Odbite światło zależy od długości fali, kąta padania, dwóch parametrów opisujących szorstkość powierzchni i indeksu refrakcji. Ma on zastosowanie do ogromnej ilości materiałów. Zapewnia gładkie przejście od odbicia rozproszonego do odbicia zwierciadlanego wraz ze wzrostem długości fali czy kąta padania lub zmniejszaniem się szorstkości powierzchni. Model jest analityczny i odpowiedni do zastosowania w grafice komputerowej. Obliczane wartości odbicia z dość dużą dokładnością odpowiadają doświadczalnie zmierzonym danym. Może być stosowany do metalowych, niemetalowych i plastikowych materiałów o gładkich lub szorstkich powierzchniach.

Mimo że, model HTSG jest rozszerzeniem modeli opartych na fizyce takich jak model Cooka-Torrance'a, to prezentuje on nowatorskie podejście w obliczaniu odbicia. Podejście to polega na użyciu **optyki falowej**. Wykorzystana tu została **skalarna teoria dyfrakcji Kirchhoffa**. Dzięki temu możliwy staje się kompletny fizyczny i falowy opis procesu odbicia, uwzględniając zjawiska dyfrakcji i interferencji.

Model HTSG rozróżnia trzy typy odbicia: **jednolite rozproszone** (ud), **rozproszone kierunkowe** (dd) i **zwierciadlane** (sp) (rys. 3.10).



Rysunek 3.10: Trzy składowe odbicia w modelu HTSG

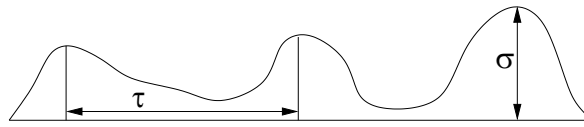
Każde z odbić jest opisane jako osobny składnik funkcji BRDF:

$$f_r = f_{sp} + f_{dd} + f_{ud}. \quad (3.18)$$

Podział na trzy składowe odbicia wynika z potrzeby opisu jedno- i wielokrotnych odbić od powierzchni. Pierwsze dwa komponenty równości (3.18) wynikają z procesu jednokrotnego odbicia i są odpowiedzialne za odbicie zwierciadlane (f_{sp}) i rozproszone kierunkowe (f_{dd}). Jednokrotne odbicie jest opisane z wykorzystaniem optyki falowej i jest ono silnie kierunkowe. Im bardziej powierzchnia staje się gładka to część ta rozwija się w kierunku zachowania zwierciadlanego. Gdy powierzchnia staje się bardziej szorstka,

zachowanie rozpraszające zaczyna odgrywać większą rolę. Dzieje się tak, ponieważ efekty dyfrakcji i interferencji przy większej szorstkości powierzchni mają dużo większy wpływ na kształt ostatecznego odbicia. Wielokrotne i podpowierzchniowe odbicia są geometrycznie złożone, a zarazem dużo mniej kierunkowe niż odbicia jednokrotne. Są one aproksymowane przez jednorodne odbicie rozproszone (lambertowskie), trzeci składnik funkcji BRDF (f_{ud}) (3.18).

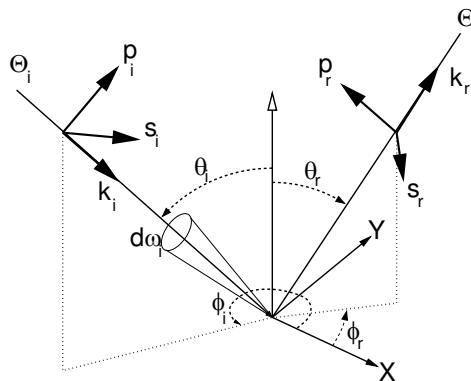
Model opiera się na dwóch statystycznych parametrach opisu powierzchni. Pierwszy to **odchylenie średniokwadratowe szorstkości** σ . Drugi parametr to **długość autokorelacji** τ , która jest miarą odległości pomiędzy szczytami w mikroskopijnej strukturze powierzchni. Stosunek σ/τ jest proporcjonalny do odchylenia średniokwadratowego nachylenia mikropowierzchni m , wielkości znanej z modelu Cooka-Torrance'a.



Rysunek 3.11: Parametry opisu powierzchni modelu HTSG

Na rysunku (3.12) przedstawione zostało rozszerzenie geometrii odbicia z uwzględnieniem wielkości wykorzystywanych w modelu HTSG. Dodatkowe wielkości wynikają z falowego podejścia do obliczania odbicia i są to:

- p_i – kierunek polaryzacji pionowej dla światła padającego (odpowiednio p_r dla odbitego),
- s_i – kierunek polaryzacji poziomej dla światła padającego (odpowiednio s_r dla odbitego),
- k_i – kierunek padania (odpowiednio k_r odbicia) fali elektromagnetycznej.



Rysunek 3.12: Geometria dla modelu HTSG

W modelu HTSG, składnik odbicia rozproszonego jest funkcją zależną od długości fali i rodzaju materiału:

$$f_{ud} = a(\lambda). \quad (3.19)$$

W szczególności może ona przyjąć postać modelu Lamberta $a(\lambda) = k_d/\pi$, gdzie k_d oznacza współczynnik odbicia rozproszonego dla danej powierzchni.

Komponent odbicia rozproszonego kierunkowego f_{ud} posiada charakter silnie kierunkowy. Ponieważ jego kształt wynika ze zjawiska dyfrakcji mającego miejsce na powierzchni, jest on ściśle zależny od współczynnika Fresnela F , funkcji gęstości rozkładu mikrościanek D , funkcji cieniowania S i współczynnika geometrii G . Jego postać jest następująca

$$f_{dd} = \frac{|F|^2}{\pi} \frac{G \cdot S \cdot D}{\cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}. \quad (3.20)$$

Komponent odbicia zwierciadlanego f_{sp} jest widoczny tylko gdy kierunek odbicia Θ_r znajduje się w stożku odbicia zwierciadlanego. Jest to wyrażone przez funkcję Δ :

$$f_{sp} = \frac{p_s}{\cos(\theta_i) d\omega_i} \Delta, \quad (3.21)$$

$$p_s = |F|^2 \cdot e^{-g} \cdot S, \quad (3.22)$$

$$\Delta = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli w zwierciadlanym stożku,} \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Funkcja Fresnela F jest zdefiniowana zdefiniowana jako średnia współczynników Fresnela dla fal o polaryzacji pionowej i poziomej:

$$|F|^2 = (F_s^2 + F_p^2)/2. \quad (3.23)$$

Pozostałe wielkości użyte do obliczenia funkcji BRDF modelu HTSG podane są poniżej:

$$G = \left(\frac{v \cdot v}{\vartheta_z} \right)^2 \cdot \frac{1}{|k_r \cdot k_i|^4} \cdot [(s_r \cdot k_i)^2 + (p_r \cdot k_i)^2] \cdot [(s_i \cdot k_r)^2 + (p_i \cdot k_r)^2], \quad (3.24)$$

$$S = S_i(\theta_i) S_r(\theta_r), \quad (3.25)$$

$$S_i(\theta_i) = \frac{1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\tau \operatorname{ctg}(\theta_i)/2\sigma)}{\Lambda(\operatorname{ctg}(\theta_i)) + 1},$$

$$S_r(\theta_r) = \frac{1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\tau \operatorname{ctg}(\theta_r)/2\sigma)}{\Lambda(\operatorname{ctg}(\theta_r)) + 1},$$

$$\Lambda(\operatorname{ctg}(\theta)) = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sigma}{\tau \operatorname{ctg}(\theta)} - \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau \operatorname{ctg}(\theta)}{2\sigma}\right) \right],$$

$$D = \frac{\pi^2 \tau^2}{4\lambda^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m \cdot e^{-g}}{m! \cdot m} \exp(-\vartheta_{xy}^2 \tau^2 / 4m), \quad (3.26)$$

$$g = \left[\frac{(2\pi\sigma/\lambda)(\cos(\theta_i) + \cos(\theta_r))}{\sigma} \right]^2,$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{1 + (z_0/\sigma_o)^2}},$$

$$\sqrt{\frac{\pi}{z_0}} = \frac{\sigma}{4} (K_i + K_r) \exp(-z_0^2/2\sigma^2),$$

$$K_i = \operatorname{tg}(\theta_i) \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau}{2\sigma} \operatorname{ctg}(\theta_i)\right),$$

$$\begin{aligned}
K_r &= \operatorname{tg}(\theta_r) \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau}{2\sigma} \operatorname{ctg}(\theta_r)\right), \\
v &= k_r - k_i, \\
\vartheta_{xy} &= \sqrt{v_x + v_y}, \\
s_i &= \frac{k_i \cdot N}{|k_i \cdot N|}, \\
p_i &= s_i \cdot k_i, \\
s_r &= \frac{k_r \cdot N}{|k_r \cdot N|}, \\
p_r &= s_r \cdot k_r, \\
\operatorname{erfc}(x) &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \tag{3.27}
\end{aligned}$$

Model HTSG został eksperymentalnie zweryfikowany dla wielkiej ilości rzeczywistych powierzchni. Ze wszystkich znanych modeli oświetlenia, to on najlepiej modeluje odbicie światła od powierzchni. Niestety, z powodu jego zawłej postaci analitycznej i dużego kosztu obliczeniowego, bardzo rzadko jest on stosowany w zastosowaniach praktycznych. Dlatego w niniejszym opracowaniu znajduje się jedynie jego opis.

Rozdział 4

Modele hybrydowe

Model empiryczny to prosta formuła z określoną ilością parametrów, zaprojektowana tak, aby dopasować się do pewnej klasy funkcji odbicia. Niewiele uwagi przykładają się do fizycznej poprawności modelu, czy fizycznego znaczenia parametrów. Z drugiej strony modele teoretyczne, dużo bardziej zbliżają się do rzeczywistej postaci rozkładu odbicia. W praktyce jednak, dość często trzeba dopasowywać taki model do pomiarów, ponieważ wymagane parametry są trudne do zmierzenia. Czyni to taki model trudnym w użyciu.

Modele empiryczne są tanie obliczeniowo, jednak brak fizycznej wiarygodności uniemożliwia ich zastosowanie w systemach wymagających dokładnych obliczeń. Z drugiej strony, modele teoretyczne są fizycznie dokładne, lecz wymagają złożonych matematycznych wyrażeń, które są obliczeniowo kosztowne i wykluczają sprzętową implementację. Co więcej, implementując taki model oświetlenia w oprogramowaniu tworzącym fotorealistyczne obrazy, błąd wygenerowany przez inne etapy potoku renderującego może zupełnie przekreślić korzyści wynikające z dokładności fizycznej.

Dla przykładu, model Phonga choć jest najczęściej stosowanym w grafice komputerowej modelem, jest fizycznie niepoprawny i doświadczalnie niewłaściwy. Model ten jest jednak na tyle prosty, że jego implementacja i czas potrzebny do obliczenia czyni go bardzo atrakcyjnym. Prostota działania jest bowiem niezbędna w grafice komputerowej, gdyż pozwala ona na odpowiednio szybkie generowanie obrazów, a także na sprzętową implementację. Względnie prosty model Cooka-Torrance'a nie jest już tak powszechnie stosowany, choć poprawnie oddaje wiele rzeczywistych zjawisk związanych z odbiciem światła. Wynika to z jego złożonej postaci.

Potrzebny jest zatem prosty model oświetlenia, który sensownie modeluje większość materiałów (nie wyłączając z tego powierzchni anizotropowych), a koszt jego obliczenia jest odpowiednio niski.

Rozumowanie takie doprowadziło do powstania wielu modeli oświetlenia, będących kompromisem pomiędzy modelami empirycznymi a bazującymi na fizyce. Zwykle, główny nacisk w ich budowie jest kładziony na minimalizację stosunku dokładności do kosztu. Każdy z modeli prezentuje inne podejście do obliczania odbicia, czego odzwierciedleniem są użyte w nich parametry opisu powierzchni. **Model Straussa** wprowadza zbiór intuicyjnych parametrów, dzięki któremu niedoświadczony projektant może w łatwy sposób modelować odbicie. Z drugiej strony **model Warda** opiera

się na parametrach fizycznych, lecz funkcja odbicia jest prosta i klarowna, umożliwiając dodatkowo modelowanie odbicia od powierzchni anizotropowych. **Model Schlicka** skupia się z kolei na wyprowadzeniu jak najbardziej ogólnego sposobu opisu odbicia, tak dla powierzchni homogenicznych jak i heterogenicznych, umożliwiając zarazem modelowanie odbicia anizotropowego. Jego podejście opiera się na zastąpieniu kosztownych wzorów w teoretycznych modelach oświetlenia przez pewne dobrze dobrane, alternatywne funkcje o niskim koszcie obliczeniowym. Model **Ashikhmina-Shirleya** wprowadza zmodyfikowany ze względu na własności fizyczne model Phong'a do modelowania odbicia, także od powierzchni anizotropowych. **Model Lafortuna** opiera się na użyciu klasy prostych funkcji z nieliniowymi parametrami do reprezentacji odbicia.

4.1. Model Straussa

Często pomijanym problemem wynikającym z użycia modelu Phong'a, jest traktowanie parametrów opisujących powierzchnię niezależne, choć w rzeczywistości tak nie jest. Jedyne założenie, które stosuje się w praktyce to przyjęcie, że $k_d + k_s \leq 1$. Jednak model nie wymaga żadnego ograniczenia na parametr k_s i wykładnik n , choć te dwie wielkości razem opisują zjawisko zwierciadlanego odbicia. Niespójne dobranie tych parametrów może powodować nieprzewidywalne rezultaty.

Dodatkowo, wykładnik przy funkcji rozbłysku w modelu Phong'a, jest wskazany jako liczba dodatnia bliżej nieokreślona, gdy inne parametry modelu są z przedziału $[0, 1]$. W konsekwencji, nie ma intuicyjnego połączenia pomiędzy wartością wykładnika, a efektem jaki daje. Dla przykładu, trudno jest przewidzieć jak bardzo zmieni się wartość rozbłysku, kiedy wykładnik wzrośnie z 40 do 50. Poprawne użycie tego parametru wymaga wiedzy na temat równania oświetlenia (szczególnie części dotyczącej rozbłysku), czego nie można wymagać od niedoświadczonych animatorów czy projektantów.

Z drugiej strony, rozważając model Cooka-Torrance'a trzeba zauważyć, że parametry opisujące powierzchnię odpowiadają wielkościom używanym do opisu eksperymentalnych pomiarów materiałowych. Są one zwykle obce dla nienaukowców. Jakkolwiek wartości parametrów dla dużej ilości materiałów są znane, to problemem jest wyprowadzenie wartości dla nowych materiałów nie opierając się na eksperymentach, a jedynie na intuicyjnym doborze odpowiednich wielkości. Podobnie jak dla modelu Phong'a parametry nie są niezależne, co w wyniku może dawać sprzeczne wyniki końcowe przy nieumiejętnym doborze danych.

Takie rozumowanie doprowadziło Straussa [33] do wyprowadzenia modelu oświetlenia, w którym powierzchnia jest opisywana za pomocą małego zbioru intuicyjnych, niezależnych parametrów. Wszystkie, z wyjątkiem indeksu refrakcji, są zdefiniowane tak, że ich wartości leżą pomiędzy 0 a 1.

Model Straussa jest modelem przybliżonym, który został zaprojektowany tak, aby dać animatorom i twórcom trójwymiarowych obrazów intuicyjny zbiór parametrów, za pomocą których można kontrolować wygląd powierzchni. Jest on kompromisem pomiędzy modelami empirycznymi a modelami bazującymi na fizyce. Główne jego zalety to łatwość doboru odpowiednich parametrów, szybkość działania i dobra jakość

generowanych obrazów.

Model bazuje na pięciu parametrach opisu powierzchni:

kolor określa kolor bazowy C obiektu oświetlonego białym światłem padającym z kierunku równego normalnej do powierzchni,

gładkość $s \in [0, 1]$; dla $s = 0$ powierzchnia jest doskonale rozpraszająca, dla $s = 1$ doskonale zwierciadlana; kontroluje zarówno stosunek odbicia rozproszonego do zwierciadlanego, jak i rozmiar zwierciadlanego rozbłysku,

metaliczność $e \in [0, 1]$; rozróżnia metale ($e = 1$) i niemetale ($e = 0$), wpływając na kolor zwierciadlanego odbicia i wielkość odbicia rozproszonego,

przezroczystość $t \in [0, 1]$; dla $t = 0$ powierzchnia jest kompletnie nieprzezroczysta; wraz ze wzrostem t przezroczystość powierzchni się zwiększa,

indeks refrakcji η ma wpływ na kierunek światła przepuszczanego przez powierzchnię; ponieważ wartość η określa stosunek prędkości rozchodzenia się światła w dwóch różnych materiałach to jej wartość nie może być ograniczona do przedziału $[0, 1]$.

Ponieważ model Straussa aproksymuje bardziej złożone powierzchnie za pomocą prostszych funkcji, to znajduje się w nim kilka wewnętrznych parametrów, które wymagają ustawienia, aby uzyskać właściwe zachowanie.

Funkcja BRDF powierzchni jest zapisana jako suma składnika odbicia zwierciadlanego i składnika odbicia rozproszonego:

$$f_r = f_d + f_s. \quad (4.1)$$

Składnik opisujący odbicie rozproszone jest iloczynem **odbijalności rozproszonej** ρ_d , kosinusa kąta padania θ_i i **współczynnika regulacji rozproszenia** d_a :

$$f_d = \rho_d d_a, \quad (4.2)$$

$$\rho_d = (1 - s^3)(1 - t), \quad (4.3)$$

$$d_a = 1 - es. \quad (4.4)$$

Odbijalność rozproszonej ρ_d określa jak szorstka i nieprzezroczysta jest powierzchnia. Zawarty tam składnik $(1-t)$, odpowiada za zmniejszanie odbicia rozproszonego, gdy rośnie przezroczystość obiektu, z kolei składnik $(1-s^3)$ dba o zmniejszenie rozproszonego odbicia gdy powierzchnia robi się coraz bardziej gładka. Wykładnik s^3 został wybrany eksperymentalnie, tak że liniowa zmiana gładkości spowoduje liniową zmianę odbijalności rozproszonej. Współczynnik regulacji rozproszenia d_a jest użyty do zmniejszenia odbijalności rozproszonej dla szorstkich metali.

Odbicie zwierciadlane bazuje na *phongowym* wykładniczym kosinusie pomnożonym przez **współczynnik regulacji rozbłysku** s_a (ang. specular adjustment functor)

i współczynnik zmiany koloru c_s :

$$f_s = \cos^h \alpha s_a c_s, \quad (4.5)$$

$$h = \frac{3}{1-s}, \quad (4.6)$$

$$s_a = \min(1, r_n + (r_n + k_b)b), \quad (4.7)$$

$$r_n = (1-t) - f_d. \quad (4.8)$$

Wykładnik h jest zdeterminowany przez empiryczną funkcję, która daje odpowiednie, przewidywalne wyniki. Współczynnik regulacji rozbłysku s_a jest zaprojektowany tak, aby symulować odbicie *off-specular* i odbicie Fresnela. Bazuje on na wielkości r_n , która jest ilością światła odbitego zwierciadlanie. Niewielka ilość światła, określona przez k_b , jest do tej wielkości dodawana w celu uzyskania odbicia *off-specular* (maksimum zwierciadlanego rozbłysku), a następnie wynik jest mnożony przez b w celu uwzględnienia współczynnika Fresnela i lokalnej geometrii powierzchni. Strauss zauważa, że przyjęcie $k_b = 0.1$ daje dobre efekty.

Współczynnik b jest odpowiedzialny za zwiększanie ilości światła odbijanego zwierciadlanie wraz ze wzrostem kąta padania. Kiedy jednak kąt θ_i lub θ_r są blisko wartości $\pi/2$, wtedy efekty maskowania czy cieniowania mikrościanek na powierzchni odgrywają większą rolę, co redukuje ilość odbijanego światła. Na wartość współczynnika b składają się dwie funkcje, pierwsza F , mająca symulować **współczynnik Fresnela**, druga G , symulująca **współczynnik geometrycznego wygaszania**:

$$b = F(\theta_i/(\pi/2)) G(\theta_i/(\pi/2)) G(\theta_r/(\pi/2)). \quad (4.9)$$

Funkcje te dane są wzorami:

$$F(x) = \frac{\frac{1}{(x-k_f)^2} - \frac{1}{k_f^2}}{\frac{1}{(1-k_f)^2} - \frac{1}{k_f^2}} \quad (4.10)$$

i

$$G(x) = \frac{\frac{1}{(1-k_g)^2} - \frac{1}{(x-k_g)^2}}{\frac{1}{(1-k_g)^2} - \frac{1}{k_g^2}}. \quad (4.11)$$

Argument x dla obu funkcji powinien być z przedziału $[0, 1]$, zatem wejściowe kąty są dzielone przez $\pi/2$ przed obliczeniami. Stałe k_f i k_g są użyte do *dostrojenia* funkcji w celu lepszej aproksymacji współczynnika Fresnela i funkcji geometrycznego wygaszania. Strauss proponuje użycie $k_f = 1.12$ i $k_g = 1.01$.

Tam gdzie na powierzchni widać rozbłysk, dla metali występuje typowa zmiana kolorów. Zjawisko to w naturalny sposób jest brane pod uwagę w innych modelach oświetlenia (bazujących na fizyce) poprzez zależność falową współczynnika Fresnela. W modelu Straussa, kolor dla danej długości fali jest przekształcany poprzez wielkość c_s w równaniu (4.5), która jest postaci:

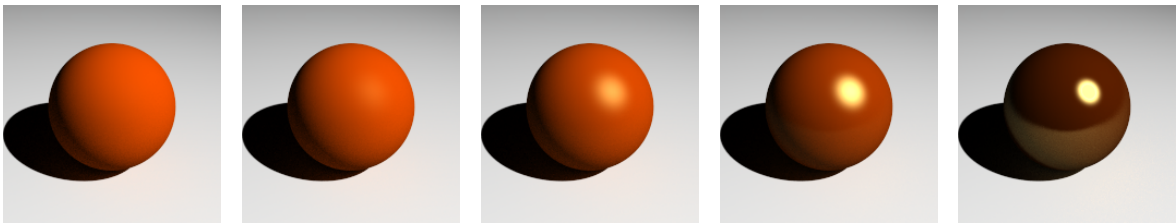
$$c_s = 1 + e(1 + F(\theta_i))(C(\lambda) - 1), \quad (4.12)$$

gdzie $C(\lambda)$ jest kolorem dla obliczanej długości fali.

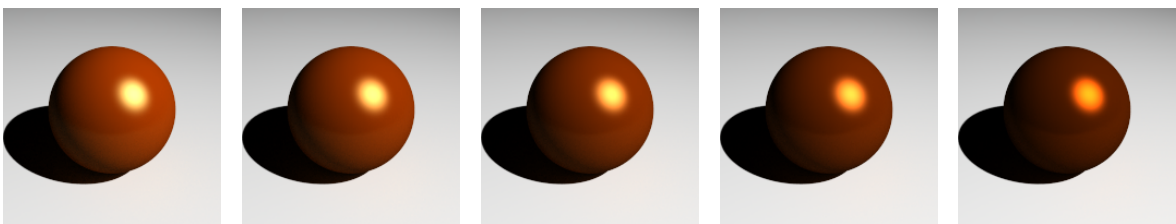
Dzięki temu, że model Straussa modeluje takie efekty jak odbicie *off-specular* i metaliczność powierzchni (zmiana kolorów), jest lepiej przystosowany do tworzenia realistycznych obrazów niż model Phong'a. Mimo, że model nie jest tak dokładny jak model Cooka-Torrance'a, to nie jest tu wymagany zbiór złożonych parametrów opisujących powierzchnię. Zamiast tego, używa się parametrów, które są intuicyjne, dzięki czemu można w łatwy sposób projektować i modyfikować zachowanie powierzchni.

Przy obliczaniu modelu Straussa dokonuje się niewiele więcej operacji arytmetycznych niż w modelu Phong'a. Najbardziej czasochłonne są operacje obliczania funkcji wykładniczej w czynniku zwierciadlanego rozbłysku i współczynników Fresnela i geometrycznego wygaszania. Dla zwiększenia efektywności, Strauss proponuje zmodyfikowanie funkcji (4.10) i (4.11) tak, aby operowały na kosinusie kąta (który jest łatwo wyliczany z iloczynu skalarne). W porównaniu do modelu Cooka-Torrance'a ilość obliczeń jest mniejsza.

Na rysunkach 4.1 i 4.2 zostały pokazane kule wyrenderowane z użyciem modelu Straussa. Na pierwszym z nich pokazano wpływ parametru gładkości s na wielkość zwierciadlanego odbicia. Natomiast na drugim rysunku widać wpływ parametru metaliczności e na kolor zwierciadlanego odbicia.



Rysunek 4.1: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Straussa dla różnych wartości parametru gładkości $s = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$.



Rysunek 4.2: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Straussa dla różnych wartości parametru metaliczności $e = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$.

4.2. Model Warda

Nieco inne podejście do obliczania modelu oświetlenia zostało zastosowane w **modelu Warda** [35]. Proponuje on model, który jest prosty, atrakcyjny w implementacji, fi-

zycznie poprawny, a zarazem odpowiedni dla większości rodzajów powierzchni. Podczas dyskusji nad stworzeniem takiego modelu, Ward proponuje znalezienie „najprostszej empirycznej formuły, która będzie robić to co do niej należy” [35].

Model Warda opiera się na **funkcji Gaussa** jako funkcji rozkładu pochyłeń. W przeciwieństwie do modelu Cooka-Torrance’a, rezygnuje on z analitycznego wyliczania współczynnika Fresnela i współczynnika geometrycznego wygaszania. Stwierdza, że całkowanie tych wielkości jest obliczeniowo kosztowne. Zamiast tego, Ward wprowadza pojedynczy czynnik normalizacyjny. Czynnik ten w prosty sposób zapewnia, że rozkład będzie całkowany łatwo i przewidywalnie na półsfery.

Funkcja BRDF modelu Warda dla powierzchni **izotropowych** jest postaci:

$$f^{iso} = \frac{\rho_d}{\pi} + \rho_s \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}} \frac{\exp(-\text{tg}^2(\delta)/m)}{4\pi m^2}, \quad (4.13)$$

gdzie m to odchylenie średniokwadratowe nachylenia mikrościanek powierzchni (parametr szorstkości).

Zachowanie się równania (4.13) jest podobne do modelu Phong’a. Główna różnica polega na tym, że jest ono znormalizowane. Bliższe spojrzenie na wzór pokazuje, że jest on symetryczny względem kątów padania i odbicia, co jest wymagane, aby funkcja BRDF spełniała **zasadę wzajemności**. Funkcja BRDF w równaniu (4.13) jest znormalizowana przez czynnik $1/4\pi m^2$. Jest to dokładne tak długo, dopóki $m < 0.2$. Kiedy m rośnie powyżej 0.2 powierzchnia staje się coraz bardziej chropowata, odbicie coraz bardziej rozproszone, a część odpowiedzialna za odbicie zwierciadlane odgrywa coraz mniejszą rolę.

Ward zakłada, że wartości ρ_d i ρ_s mogą mieć pewną widmową zależność i może ona się zmieniać wraz ze zmianą kąta padania, tak długo jak $\rho_d + \rho_s$ (całkowita wartość odbicia) jest mniejsze od 1. Tym samym, efekty wynikające ze współczynnika Fresnela, mogą być w razie potrzeby modelowane.

Wersja **anizotropowa** modelu Warda jest prostym rozszerzeniem wersji izotropowej:

$$f = \frac{\rho_d}{\pi} + \rho_s \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}} \cdot \frac{\exp(-\text{tg}^2(\delta)(\cos^2(\varphi)/m_x^2 + \sin^2(\varphi)/m_y^2))}{4\pi m_x m_y}. \quad (4.14)$$

Rozszerzenie polega na zastosowaniu dwóch czynników określających anizotropowość powierzchni. Są to wzajemnie prostopadłe i niepowiązane ze sobą rozkłady pochyłeń względem kierunków x i y .

Biorąc pod uwagę jakość implementacji, wzór może być wyrażony za pomocą efektywnej obliczeniowo aproksymacji:

$$f = \frac{\rho_d}{\pi} + \rho_s \frac{1}{\sqrt{\cos(\theta_i) \cos(\theta_r)}} \cdot \exp(-2 \frac{[(\Theta_h \cdot X)/m_x]^2 + [(\Theta_h \cdot Y)/m_y]^2}{4\pi m_x m_y (1 + (\Theta_h \cdot N))}). \quad (4.15)$$

Podobnie jak w przypadku powierzchni izotropowej, normalizacja wersji anizotropowej polega na tym, że całkowite odbicie od powierzchni jest równe wielkościom opisującym

odbicie rozproszone ρ_d i odbicie zwierciadlane (in. kierunkowe rozproszone) ρ_s . Parametry m_x i m_y reprezentują odchylenie średniokwadratowe nachylenia mikrościanek (szorstkość) powierzchni w dwóch prostopadłych kierunkach (określonych przez osie X i Y). Wszystkie cztery parametry modelu mają znaczenie fizyczne. Przy tworzeniu poprawnej funkcji odbicia mogą być ustawiane niezależnie na podstawie danych pomiarowych. Tak długo jak całkowite odbicie $\rho_d + \rho_s < 1$ i oba parametry m nie są zbyt duże, równanie (4.14) będzie fizycznie poprawną funkcją odbicia.

Model Warda ma naturę eliptyczną, która wynika z dwóch prostopadłych parametrów m_x i m_y . Jest ona widoczna w wykładniku równania (4.14). Podobny eliptyczny model odbicia został opisany przez Yokoi i Toriwaki [39], ale model ten wyprowadzony był na podstawie modelu Phong'a i dlatego brak mu fizycznych podstaw. Wychodząc od uzasadnionej fizycznie i znormalizowanej funkcji, dużo łatwiej dopasować parametry modelu do doświadczalnych pomiarów.

Model Warda z czterema parametrami w funkcji odbicia dobrze dopasowuje się do pomiarów dla izotropowych i anizotropowych powierzchni, takich jak lakierowane drewno czy matowe, szorstkie metale. Dzięki prostocie funkcji odbicia, łatwo jest zastosować metodę najmniejszych kwadratów w celu dopasowania empirycznie zmierzonego zbioru parametrów.

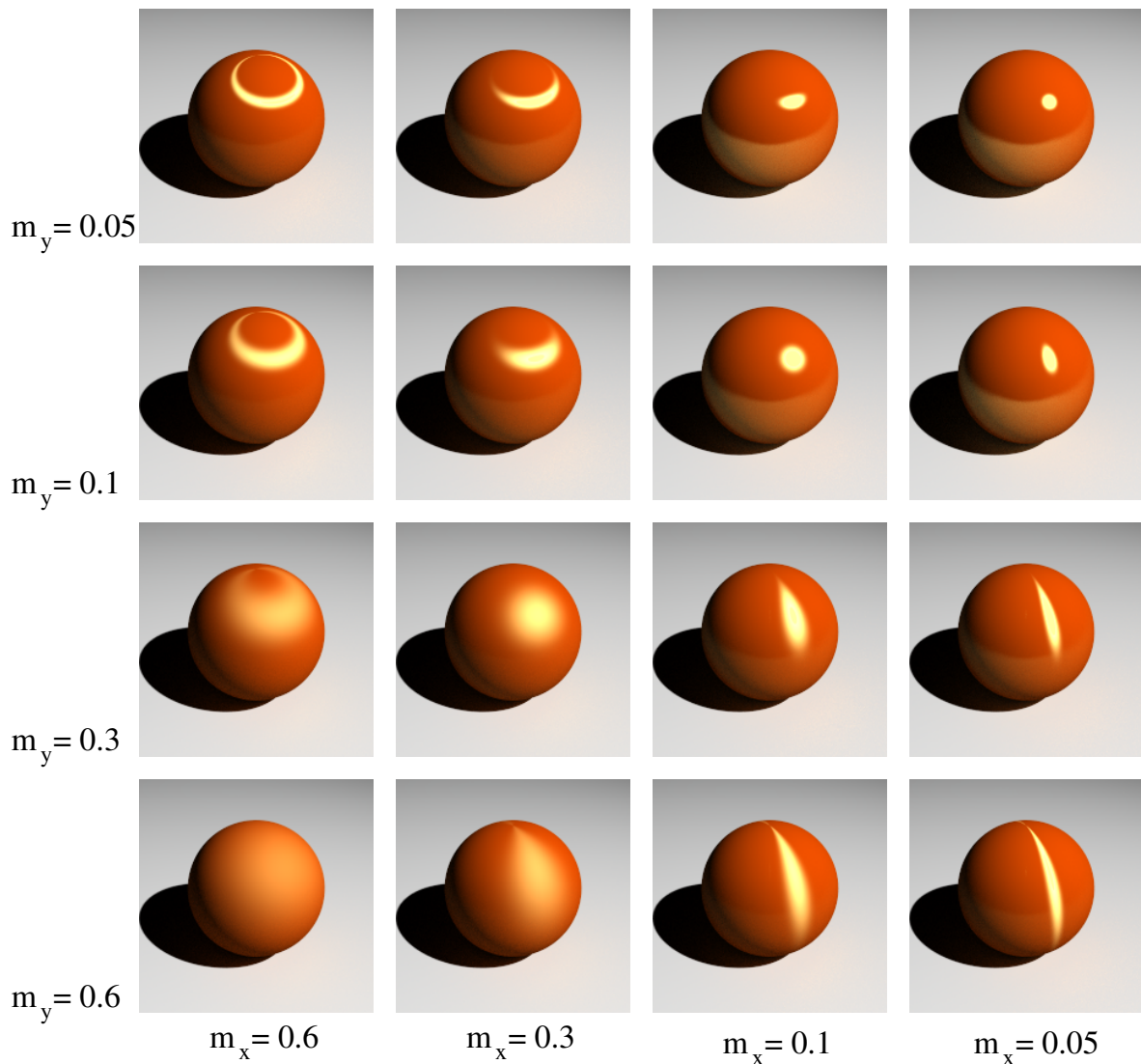
Na rysunku 4.3 zostały pokazane kule wyrenderowane z użyciem modelu Warda dla $k_s = k_d = 0.4$ i różnych wartości parametrów m_x i m_y .

4.3. Model Schlicka

Analizując istniejące modele oświetlenia można znaleźć kilka punktów, które wydają się niezadawalające. Dla przykładu, funkcja BRDF jest sformułowana jako liniowa kombinacja ze stałymi wagami pomiędzy odbiciem rozproszonym i zwierciadlanym. Autorzy zwykle uzasadniają to faktem istnienia dużej ilości materiałów, których komponenty odbicia rozproszonego i zwierciadlanego wywodzą się z różnych fizycznych zjawisk, zatem mogą posiadać one różne kolory. Klasycznym przykładem jest powierzchnia plastiku, na której światło może być odbijane zarówno przez bezbarwne podłoże w spójny sposób (np. odbicie od powierzchni jest zwierciadlane) lub przez kolorowy pigment poniżej powierzchni w sposób niespójny (np. podpowierzchniowe odbicie jest rozproszone) [5].

Shirley [28] zauważył, że taka liniowa kombinacja ze stałymi wagami jest nieprawidłowa, ponieważ proporcje rozpraszających i zwierciadlanych komponentów modelu zwykle nie są stałe, lecz zależą od wartości kąta padania. Dla przykładu, obserwując lakierowane drewno (rys. 4.4), można zauważyć, że zgodnie z prawem Fresnela, dla dużych kątów padania większość światła jest odbijana zwierciadlanie od lakieru. Podczas gdy dla małych kątów padania większość światła przenika warstwę lakieru nim zostaje odbita rozproszenie od drewna.

Oprócz materiałów **heterogenicznych** (czyli składających się z więcej niż jednej warstwy), istnieje wiele materiałów **homogenicznych** dla których rozróżnienie na warstwy rozpraszające czy zwierciadlane nie jest konieczne. Dla takich materiałów (np. metale) ważna jest ciągłość pomiędzy zachowaniem doskonale rozpraszającym, a

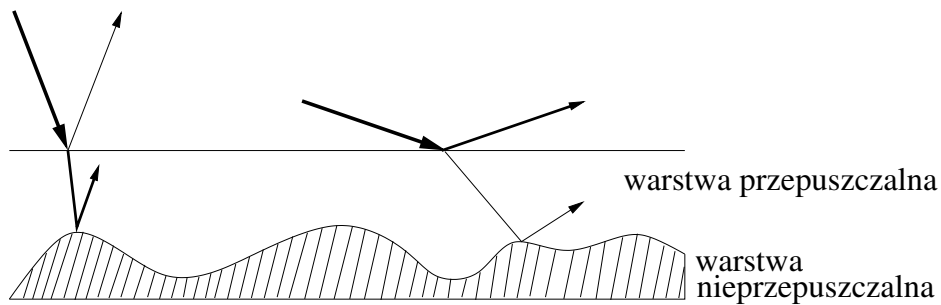


Rysunek 4.3: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Warda, $k_d = 0.4$, $k_s = 0.4$ i różnych wartości parametrów m_x i m_y .

doskonale zwierciadlanym względem szorstkości powierzchni. Zatem liniowa kombinacja ze stałymi wagami jest ponownie nieodpowiednia.

Inny słaby punkt istniejących modeli pojawia się, gdy światło dociera lub opuszcza szorstką powierzchnię i występuje samoblokowanie (cieniowanie lub maskowanie). Zwykle, współczynnik geometrycznego wygaszania G jest używany w celu wyrażenia ilości światła, które nie ulega blokowaniu przez geometrię powierzchni. Jednak w rzeczywistości, światło nie jest po prostu wygaszane, lecz ta część, która została pominięta w odbiciu kierunkowym (czyli $1 - G$) jest odbijana w innych kierunkach. Żaden z istniejących modeli oświetlenia bazujących na optyce geometrycznej nie bierze prawidłowo pod uwagę reemisji samoblokowanego światła.

W roku 1994 Schlick przedstawił model, który radzi sobie z wyżej opisanymi pro-



Rysunek 4.4: Wpływ kąta padania na odbicie powierzchniowe i podpowierzchniowe dla powierzchni heterogenicznych

blemami. Stosuje w nim aproksymacje, które były przedstawione przy omówieniu wielkości wykorzystywanych przy modelach bazujących na fizyce (punkty 3.1, 3.2 i 3.3).

Główne cechy **modelu Schlicka** to:

- zapewnienie **ciągłości** pomiędzy powierzchniami doskonale rozpraszającymi a doskonale zwierciadlanymi,
- rozróżnienie między materiałami **heterogenicznymi** a **homogenicznymi**,
- uwzględnienie właściwości fizycznych modelu (**zasada zachowania energii, zasada wzajemności, teoria mikrościanek**),
- modelowanie **izotropowego** i **anizotropowego** zachowania powierzchni,
- niewielka ilość prostych i **intuicyjnych** parametrów do kontroli modelu,
- użycie jedynie wyrażen o niskim koszcie obliczeniowym.

Model Schlicka rozróżnia dwa rodzaje materiałów do opisu optycznych właściwości powierzchni w opozycji do klasycznego rozdzielania bazującego jedynie na odbiciu rozproszonym i zwierciadlanym:

SINGLE materiały mające homogeniczne właściwości optyczne (metale, szkło, papier, bawełna),

DOUBLE materiały mające heterogeniczne właściwości optyczne (plastik, skóra, lakierowane lub pomalowane powierzchnie) zwykle składające się z jednej półprzezroczystej i jednej nieprzezroczystej warstwy, każda będąca materiałem typu **SINGLE**.

Materiał typu **SINGLE** jest scharakteryzowany przez zbiór parametrów (C_λ, r, p) .

$C_\lambda \in [0, 1]$: współczynnik odbicia dla długości fali λ ,

$r \in [0, 1]$: współczynnik szorstkości ($r = 0$ – doskonale zwierciadlana, $r = 1$ – doskonale rozpraszająca),

$p \in [0, 1]$: współczynnik izotropowości ($p = 0$ – doskonała anizotropia, $p = 1$ – doskonała izotropia).

Dla opisu materiału typu DOUBLE używa się dwa zbiory takich parametrów określających każdą z warstw, (C_λ, r, p) i (C'_λ, r', p') .

Taki wybór parametrów jest nieprzypadkowy. Po pierwsze, istota każdego z parametrów jest intuicyjnie zrozumiała, a zatem prosto definiowana przez użytkownika nie będącego specjalistą w danej dziedzinie. Po drugie, parametrom mogą być przypisane wartości mające swe pochodzenie z danych doświadczalnych. W istocie, C_λ może być rozumiane jako współczynnik odbijalności dla kierunku padania równego normalnej do powierzchni $f_\lambda = F_\lambda(0)$ (patrz równanie Fresnela (3.10)). Współczynnik szorstkości r może być powiązany z odchyleniem średniokwadratowym nachylenia mikrościanek powierzchni m . Natomiast parametr p to stosunek odchyżeń średniokwadratowych nachylenia mikrościanek m_x/m_y pomiędzy kierunkami anizotropowości powierzchni (patrz model Warda (4.14)).

Zgodnie z podziałem powierzchni na dwa rodzaje, sformułowanie modelu jest następujące:

$$\begin{cases} SINGLE & : f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = S_\lambda(\beta)D(\theta_i, \theta_r, \alpha, \varphi), \\ DOUBLE & : f_r(\theta_i, \theta_r, \beta, \alpha, \varphi) = S_\lambda(\beta)D(\theta_i, \theta_r, \alpha, \varphi) \\ & \quad + [1 - S_\lambda(\beta)]S_\lambda(\theta_i)'D(\theta_i, \theta_r, \alpha, \varphi)', \end{cases} \quad (4.16)$$

gdzie S_λ wyraża zwierciadlane zachowanie funkcji BRDF, natomiast D zachowanie kierunkowe.

Czynnik zwierciadlany

Najprostszym sposobem wyrażenia czynnika zwierciadlanego S_λ jest rozważenie go jako funkcji stałej:

$$S_\lambda(\beta) = C_\lambda. \quad (4.17)$$

Jednak w rzeczywistości, $S_\lambda(\beta)$ zależy od kąta padania, zatem powinien przestrzegać prawa Fresnela. Dla wyrażenia współczynnika Fresnela, użyto tu jego postać zaproksymowaną [23] (patrz wzór (3.14)):

$$S_\lambda(\beta) = C_\lambda + (1 - C_\lambda)(1 - \cos(\beta))^5. \quad (4.18)$$

Czynnik kierunkowy

Schlick w swoim wyprowadzeniu funkcji BRDF używa modelu mikrościanek Torrance'a i Sparrowa (patrz punkt 3.1). Oprócz rozkładu mikrościanek względem kąta padania, aby uwzględnić anizotropowość, niezbędna jest dodatkowo zależność od kąta azymutu φ , co jest odpowiednio wyrażone przez funkcje $Z(\beta)$ i $A(\varphi)$:

$$D(\theta_i, \theta_r, \beta, \varphi) = \frac{1}{4\pi \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)} Z(\beta)A(\varphi), \quad (4.19)$$

gdzie

$$Z(\beta) = \frac{r}{(1 + r \cos^2(\beta) - \cos^2(\beta))^2}, \quad (4.20)$$

$$A(\varphi) = \sqrt{\frac{p}{p^2 - p^2 \cos^2(\varphi) + \cos^2(\varphi)}}. \quad (4.21)$$

Należy zauważyć, że gdy $r = 1$, to $Z(\beta)$ jest funkcją stałą (odbicie doskonale rozproszenie), a kiedy $r \rightarrow 0$ przybiera ona postać funkcji Diraca (odbicie doskonale zwierciadlane). Podobna uwaga tyczy się funkcji $A(\varphi)$, która w sposób ciągły zmienia się pomiędzy powierzchnią doskonale izotropową ($p = 1$) i doskonale anizotropową ($p \rightarrow 0$).

Do postaci funkcji D można dodać współczynnik geometrycznego wygaszania powierzchni $G(\theta_i)G(\theta_r)$ (patrz wzór (3.2)), gdzie $G(\theta_i)$ (odpowiednio: $G(\theta_r)$) wyraża stosunek odbitego (odpowiednio: padającego) nieprzesłoniętego światła. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę reemisję samoblokowanego światła (np. $1 - G$). Ze względu na losową orientację mikropowierzchni, kierunek światła po kilku wewnętrznych odbiciach jest zasadniczo losowy, zatem dla światła reemitowanego $Z(\beta) = 1$:

$$D(\theta_i, \theta_r, \beta, \varphi) = \frac{1 - G(\theta_i)G(\theta_r)}{\pi} + \frac{G(\theta_i)G(\theta_r)}{4\pi \cos(\theta_i) \cos(\theta_r)} Z(\beta)A(\varphi). \quad (4.22)$$

Podobnie jak dla współczynnika Fresnela, tu także dla obliczenia jest używana aproksymowana wersja współczynnika geometrycznego wygaszania (patrz wzór (3.4)):

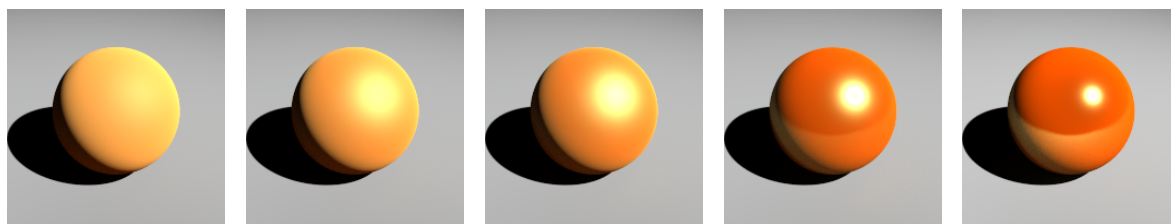
$$G(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{r - r \cos(\theta) + \cos(\theta)}. \quad (4.23)$$

Model Schlicka posiada kilka istotnych zalet. Po pierwsze, parametry wprowadzone do opisu powierzchni są intuicyjne, a zarazem odzwierciedlają eksperymentalne dane. Po drugie, poprawnie modeluje odbicie dla różnego rodzaju powierzchni, poczynając od izotropowych, anizotropowych, a kończąc na materiałach homo- i heterogenicznych. Po trzecie, funkcja BRDF spełnia zasady wzajemności i zachowania energii. Po czwarte, dzięki zastosowaniu prostych wyrażeń do opisu odbicia (oprócz pierwiastka w obliczaniu anizotropii, wszystkie składają się z podstawowych operacji arytmetycznych), dobrze nadaje się do implementacji sprzętowej. Wreszcie, opierając się na dobrze dopasowanych aproksymacjach, model jest odpowiednio szybki. Wszystko razem wzięte, czyni model praktycznym w użyciu.

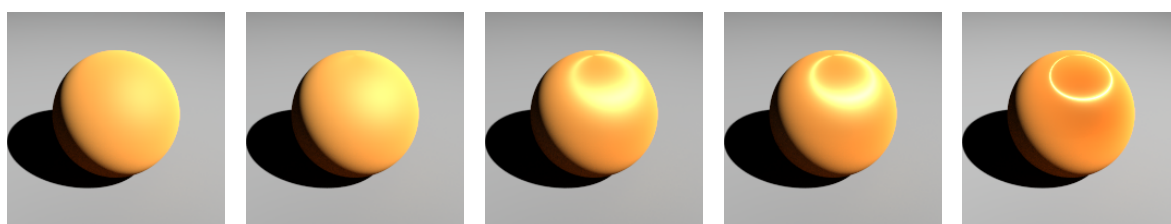
Na rysunku 4.5 zostały pokazane kule wyrenderowane z użyciem modelu Schlicka dla różnych wartości współczynnika szorstkości r . Z kolei na rysunku 4.6 znajdują się kule dla różnych wartości współczynnika anizotropowości p .

4.4. Model Ashikhmina-Shirleya

Model Phong modeluje jedynie odbicie od powierzchni izotropowych. Od momentu jego wyprowadzenia powstało kilka jego wersji dla odbicia od powierzchni anizotropowych. Model wprowadzony przez Ashikhmina i Shirleya [1] wydaje się być najbardziej odpowiednim jego rozszerzeniem.



Rysunek 4.5: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Schlicka i różnych wartości współczynnika szorstkości; $p = 1$ i $r = 0.8, 0.4, 0.2, 0.1, 0.01, 0.001$



Rysunek 4.6: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Schlicka i różnych wartości współczynnika anizotropowości; $r = 0.4$ i $p = 1, 0.6, 0.3, 0.1, 0.05, 0.001$

Model Ashikhmina-Shirleya został zainspirowany pracami Warda [35], Schlicka [25] i Neumanna [19]. Posiada on kilka szczególnych własności:

- spełnia zasady **wzajemności** i **zachowania energii**,
- pozwala na modelowanie odbicia od powierzchni **anizotropowych**,
- postać funkcji odbicia jest określona przez **intuicyjne** parametry,
- zawiera **współczynnik Fresnela**, dzięki czemu odbijalność zwierciadlana powierzchni wzrasta wraz ze wzrostem kąta padania,
- posiada zmienny współczynnik odbicia rozproszonego, co daje zmniejszenie odbijalności rozproszonej wraz ze wzrostem kąta padania.

Funkcja BRDF Ashikhmina-Shirleya jest klasyczną sumą czynników odbicia rozproszonego i zwierciadlanego:

$$f_r = f_d + f_s. \quad (4.24)$$

Model jest kontrolowany przez cztery parametry opisu powierzchni:

R_s – kolor określający zwierciadlane odbicie dla kierunku padania równego normalnej do powierzchni,

R_d – kolor określający odbicie rozproszone powierzchni *przykrytej* zwierciadlaną warstwą,

n_x, n_y – *phongowe* wykładniki kontrolujące kształt funkcji rozbłysku.

Wielkość określająca odbicie zwierciadlane funkcji (4.24) ma postać:

$$f_s(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \frac{\sqrt{(n_x + 1)(n_y + 1)}}{8\pi} \frac{\cos(\delta)^{n_x \cos^2(\phi) + n_y \sin^2(\phi)}}{\cos(\beta) \max(\cos(\theta_i), \cos(\theta_r))} F(\beta). \quad (4.25)$$

Do obliczenia współczynnika Fresnela $F(\beta)$, Ashikhmin i Shirley proponują użycie aproksymacji wprowadzonej przez Schlicka (3.14).

Tak zdefiniowaną funkcję odbicia zwierciadlanego, można połączyć z modelem Lamberta, jak to jest zrobione w większości modeli oświetlenia. Otrzymuje się wtedy kompletny model oświetlenia. Ashikhmin i Shirley proponują jednak użycie funkcji, która jest nie tylko zależna od kąta padania, ale i od koloru określającego zwierciadlane odbicie. Wynika to z obserwacji, że kolor rozproszonego odbicia zanika dla dużych kątów padania, ponieważ zwierciadlana odbijalność dąży wtedy do jedności. Postać czynnika rozproszonego odbicia jest następująca:

$$f_d(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \frac{28 R_d}{23\pi} (1 - R_s) \left[1 - \left(1 - \frac{\cos(\theta_i)}{2} \right)^5 \right] \left[1 - \left(1 - \frac{\cos(\theta_r)}{2} \right)^5 \right]. \quad (4.26)$$

Dla metali, czynnik odbicia rozproszonego f_d jest ustawiany na 0. Dla polerowanych powierzchni, takich jak gładkie plastiki, używane są oba czynniki i żaden nie jest zerem. Dla rozpraszających powierzchni, czynnik rozproszony odgrywa najważniejszą rolę, jednak czynnik zwierciadlany (4.25) z małymi wykładnikami może być użyty, aby uchwycić odbicie zwierciadlane przy dużych kątach padania.

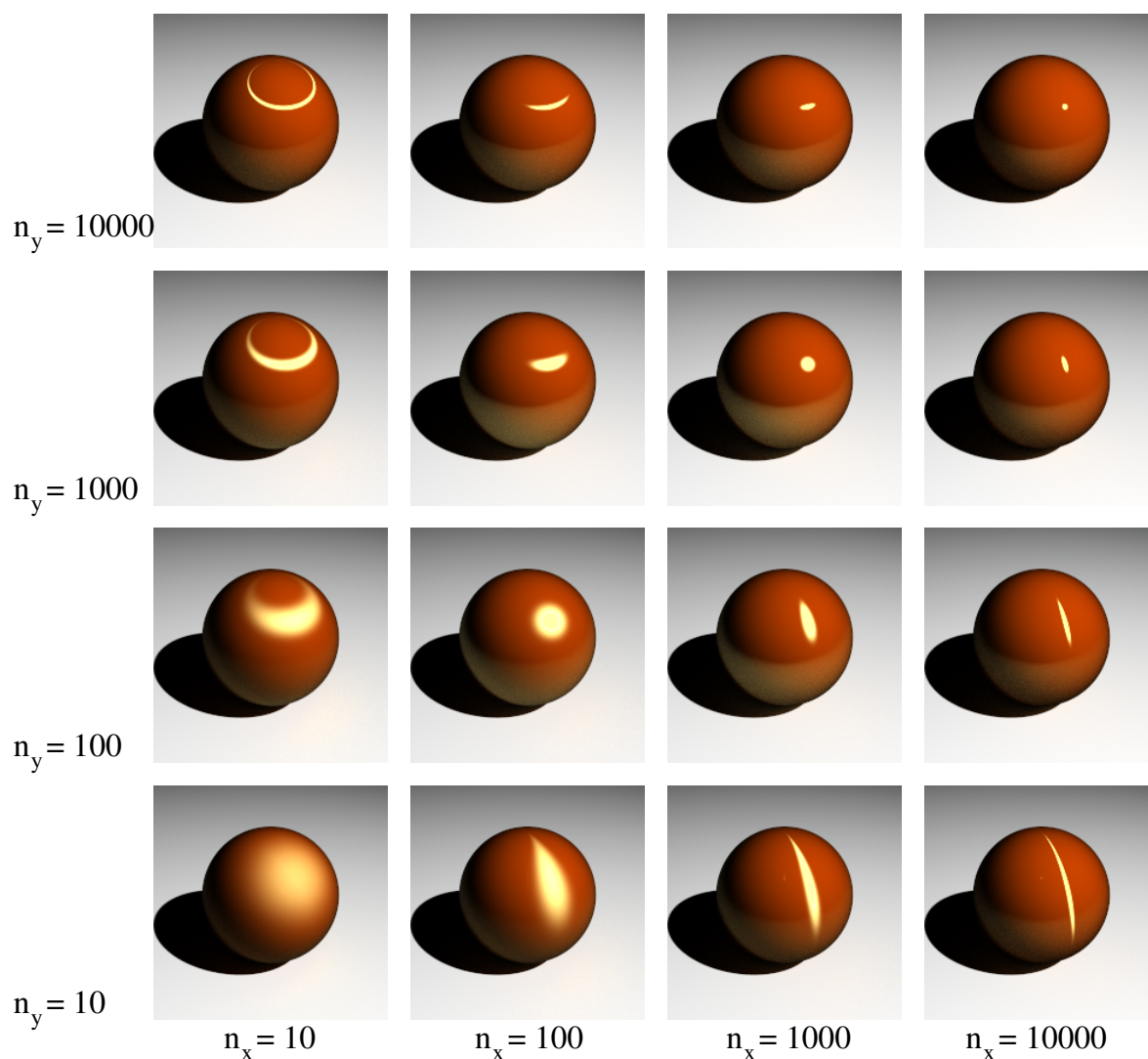
Model Ashikhmina-Shirleya jest modelem empirycznym. Dzięki zastosowaniu wielkości opisującej współczynnik Fresnela, spełnianiu założeń fizycznych funkcji BRDF i niewielkiej ilości operacji wykorzystywanych do obliczenia odbicia model ten jest atrakcyjną alternatywą do modelu Phong'a. Tam, gdzie nie jest wymagana dokładna funkcja odbicia, może on być z powodzeniem stosowany. Dodatkową jego zaletą jest możliwość modelowania odbicia od powierzchni anizotropowych.

Na rysunku 4.7 zostały pokazane kule wyrenderowane z wykorzystaniem modelu Ashikhmina-Schirleya dla $k_s = k_d = 0.4$ i różnych wartości parametrów n_x i n_y .

4.5. Model Lafortune'a

Nowatorskie podejście do obliczania funkcji odbicia prezentują Lafortune, Foo, Torrance i Greenberg [13]. Idea **modelu Lafortune'a** opiera się na użyciu klasy prostych funkcji z nieliniowymi parametrami do reprezentacji odbicia. Tak zdefiniowane funkcje spełniają własności fizyczne określone przez **zasady wzajemności i zachowania energii**. Potrafią one wychwytywać szereg zjawisk towarzyszących odbiciu jak odbicie *off-specular*, wzrost odbijalności wraz ze wzrostem kąta padania czy odbicie *retro*¹. Dodatkowo, z wykorzystaniem sumy tak zdefiniowanych funkcji można dopasować model

¹**Odbicie retro** występuje wtedy, gdy światło padające na powierzchnię jest odbijane *wstecz* w kierunku padania światła (kierunek padania i odbicia są sobie odpowiednio bliskie). Powierzchnia księżycy jest skrajnym przypadkiem, gdzie duża ilość światła przychodzącego od słońca jest odbijana w kierunku padania.



Rysunek 4.7: Kule wyrenderowane z użyciem modelu Ashikhmina-Shirleya, $k_d = 0.4$, $k_s = 0.4$ i różnych wartości parametrów n_x i n_y

do modelu bazującego na fizyce i do danych pomiarowych. Wynikowa reprezentacja jest prosta, niewielkich rozmiarów i efektywna obliczeniowo.

Model Lafortune'a jest reprezentowany przez **uogólniony model kosinusów**, który bazuje na modelu oświetlenia Phong. Atrakcyjność oryginalnego modelu kosinusów polega na jego prostocie. Niestety posiada on znaczące ograniczenia dla reprezentacji wielu zjawisk towarzyszących odbiciu i różni się od zachowania odbicia dla większości rzeczywistych powierzchni. Mimo wad, model kosinusowy jest nadal szeroko używany, a przy odpowiednim doborze parametrów można zapewnić spełnienie zasady wzajemności i zasady zachowania energii. Jest zarazem obliczeniowo niedrogi.

Postać modelu kosinusowego jest zapisywana następująco:

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_s C_s \cos^n(\alpha), \quad (4.27)$$

gdzie C_s jest czynnikiem normalizacyjnym i jest równy $(n + 2)/(2\pi)$. Wtedy k_s jest pomiędzy 0 i 1, wyrażając współczynnik odbicia zwierciadlanego. Równość tą można zapisać jako iloczyn skalarny wektorów:

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_s C_s [\Theta_s \cdot \Theta_r]^n = k_s C_s [\Theta_i (2NN - I) \Theta_r]^n, \quad (4.28)$$

gdzie I to macierz jednostkowa.

Z postaci równości (4.28) wynika obserwacja, że można zastąpić wyrażenie normalizujące i transformację $(2NN - I)$ przez macierz zawierającą w sobie obie te wielkości:

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_s [\Theta_r M \Theta_i]^n. \quad (4.29)$$

Zakłada się, że wektory kierunków są zdefiniowane względem lokalnego układu współrzędnych na powierzchni. Taka reprezentacja dostarcza 9 współczynników i wykładnik dla opisu kształtu funkcji odbicia. Oczywiście muszą być spełnione pewne fizyczne ograniczenia nałożone na te parametry. Aby funkcja odbicia spełniała zasadę wzajemności, macierz musi być symetryczna: $M = M^T$.

Stosując dla macierzy M rozkład wg wartości szczególnych przybiera ona postać $Q^T D Q$ (D to macierz diagonalna). Daje to transformację Q dla przejścia w lokalny system współrzędnych w którym macierz upraszcza się do macierzy diagonalnej D . Osie współrzędnych ustawione są teraz wg normalnej N i głównych kierunków anizotropii X i Y . Macierz diagonalna może być przedstawiona jako suma ważona czynników iloczynu skalarnego Θ_i i Θ_r :

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_s [C_x \Theta_{i,x} \Theta_{r,x} + C_y \Theta_{i,y} \Theta_{r,y} + C_z \Theta_{i,z} \Theta_{r,z}]^n. \quad (4.30)$$

Takie sformułowanie modelu jest najłatwiejsze w użyciu. W przypadku odbicia izotropowego, $C_x = C_y$. Oryginalny model kosinusowy uzyskuje się przez wybór $-C_x = -C_y = C_z = \sqrt[n]{C_s}$. Jednakże, bardziej wyszukane funkcje niż model kosinusów mogą być otrzymane przez dobieranie różnych parametrów. Należy zauważyć, że funkcja jest zdefiniowana dla wszystkich kierunków padania i odbicia.

Uogólniony model kosinusów obejmuje model lambertowski (wystarczy $n = 0$). Bardziej ogólny model rozproszony może być wyprowadzony z równości (4.30) przez ustawienie $C_x = C_y = 0$:

$$f(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = k_d C_d [\Theta_{i,x} \Theta_{r,x}]^n, \quad (4.31)$$

gdzie współczynnik normalizacyjny $C_d = (n + 2)/(2\pi)$, a $k_d \in [0, 1]$ oznacza współczynnik odbicia rozproszonego. Dla dużych kątów padania i odbicia ilość odbitego światła maleje proporcjonalnie do potęgi kosinusa kąta do normalnej. Przypadek ten odpowiada modelowi zaprezentowanemu przez Minaerta [17] w kontekście modelowania odbicia światła od powierzchni księżyca.

Model staje się interesujący, gdy przypisuje się różne wartości konkretnym parametrom. Dla przykładu, przyjmując parametr C_z mniejszy niż $-C_x = -C_y$, można modelować odbicie *off-specular*, bez łamania fizycznej poprawności modelu. Gdy z kolei zamiarem jest modelowanie odbicia *retro*, wystarczy wszystkim parametrom C_x , C_y i C_z ustawić wartości dodatnie.

Odbicie anizotropowe może być modelowane przypisując inne wartości parametrom C_x i C_y . Razem z parametrem C_z , kontrolującym kierunek odbicia *off-specular*, daje to wartości funkcji odbicia w preferowanym kierunku dla wszystkich kierunków padania.

Oprócz tego, że model Lafortune'a może samodzielnie uchwycić zjawiska związane z odbiciem, to może on także być wykorzystany do reprezentowania złożonych, rzeczywistych funkcji odbicia. Reprezentacja opiera się na sumie funkcji (4.30). W tym przypadku parametr k_s zostaje *wchłonięty* przez inne parametry, a każda z funkcji jest zdefiniowana przez parametry $C_{x,k}$, $C_{y,k}$, $C_{z,k}$ i n_k :

$$f_r(x, \Theta_i \leftrightarrow \Theta_r) = \sum_k [C_{x,k} \Theta_{i,x} \Theta_{r,x} + C_{y,k} \Theta_{i,y} \Theta_{r,y} + C_{z,k} \Theta_{i,z} \Theta_{r,z}]^{n_k}. \quad (4.32)$$

W celu dopasowania modelu do rzeczywistej funkcji odbicia (np. modelu HTSG) lub do danych pomiarowych, należy użyć procedury optymalizacyjnej w celu znalezienia odpowiednich wartości parametrów. Jako, że funkcje są nieliniowe, zatem wymagana jest technika optymalizacji nieliniowej. Autorzy sugerują algorytm optymalizacyjny Levenberga-Marquardta — obliczenie każdej aproksymacji wymaga kilku minut i jest wykonywane jednorazowo dla każdego mierzonego materiału. Model został użyty do aproksymacji modelu HTSG dla aluminium, wykorzystując sumę trzech funkcji podstawowych. Model wykazał dobre właściwości dopasowania.

Reasumując, z wykorzystaniem modelu Lafortune'a można skonstruować modele uwzględniające różnego rodzaju odbicia. Oprócz tego, model może być dopasowany do rzeczywistego modelu oświetlenia i aktualnych pomiarów. Dodatkowo, dzięki oparciu o model kosinusów, jest on przejrzysty i efektywny obliczeniowo. Jego mankamentem jest fakt, że parametry służące do opisu odbicia od powierzchni są nieintuicyjne i ich odpowiednie dopasowanie może powodować trudności w użyciu modelu.

Rozdział 5

Porównanie modeli oświetlenia

5.1. Opis metody

Do implementacji modeli wykorzystany został algorytm obliczania globalnego oświetlenia **Path Tracing**. **Path Tracing** opiera się na metodach całkowania **Monte-Carlo**, wykorzystanych do analitycznego do rozwiązywania równania oświetlenia. Metody **Monte-Carlo** to technika rozwiązywania złożonych problemów numerycznych z wykorzystaniem liczb losowych. W kontekście obliczania globalnego oświetlenia metody Monte-Carlo wykorzystywane są do efektywnego całkowania po półsfery. Idea użycia Monte-Carlo polega tu na generowaniu dla danego kierunku odbicia światła takich kierunków padania, które są najbardziej prawdopodobne. Dzięki temu wynik całkowania równania oświetlenia jest zbliżony do rzeczywistego zachowania się odbicia dla używanego modelu oświetlenia.

Podstawą metod Monte-Carlo jest **funkcja rozkładu prawdopodobieństwa**. Gwarantuje ona, że kierunki odbicia będą generowane względem zadanego rozkładu, czyli dla danego kierunku padania, statystycznie więcej próbek zostanie skupione wokół pewnego kierunku odbicia światła. Aby model oświetlenia był efektywny obliczeniowo, powinien być użyty razem z odpowiadającą mu funkcją rozkładu prawdopodobieństwa. Większość współczesnych modeli oświetlenia posiada zdefiniowane funkcje rozkładu. Nie jest to jednak reguła. Dla przykładu, jeden z najpopularniejszych w grafice, model Cooka-Torrance'a, oryginalnie nie został przedstawiony wraz z odpowiednią funkcją rozkładu. Dlatego użycie tego modelu wiąże się z doбором takiej funkcji rozkładu, która generuje próbki tak, że obliczenie modelu staje dokładne. Nie wystarczy zastosować tu dowolną funkcję rozkładu, bo taka nie zawsze gwarantuje oczekiwany efekt.

W implementacji omówionych w niniejszej pracy modeli oświetlenia zastosowano dwie funkcje rozkładu próbek. Pierwsza wykorzystywana jest do obliczania odbicia rozproszonego i jest postaci

$$p(\Theta) = \frac{\cos \theta}{\pi}. \quad (5.1)$$

Określa ona rozkład próbek w ten sposób, że ilość próbek maleje wraz ze wzrostem kąta odbicia i jest to wyrażone przez zmianę wartości funkcji $\cos \theta$.

Druga funkcja rozkładu prawdopodobieństwa, użyta została do obliczenia części

modelu odpowiedzialnej za odbicie zwierciadlane:

$$p(\Theta) = \frac{n+1}{2\pi} \cos^n \theta. \quad (5.2)$$

Została ona zaimplementowana w ten sposób, że dla danego kierunku padania generuje promienie, których statystycznie największa ilość pada w kierunku zwierciadlanego odbicia. Rozkład prawdopodobieństwa jest tu definiowany przez parametr n , który został uzależniony od szorstkości badanej powierzchni.

Zastosowanie funkcji rozkładu (5.2) zwykle daje dobre efekty, jednak dla pewnych przypadków obrazy mogą nieco odbiegać od rzeczywistości. Dzieje się tak, kiedy modelowane jest odbicie typu *off-specular*, gdzie maksimum wartości odbicia nie zawsze jest w kierunku odbicia zwierciadlanego. Decyzja o wyborze jednej funkcji rozkładu dla wszystkich modeli wynika z tego, że jedynie część modeli oświetlenia została przedstawiona z odpowiadającą im funkcją rozkładu. Dla pozostałych modeli taka funkcja nie została podana i można jedynie próbować dostosować znane funkcje rozkładu próbek. Zatem porównanie modeli w ogólności byłoby pozbawione obiektywizmu.

W zastosowaniach praktycznych, należy jednak pamiętać o użyciu odpowiadającej danemu modelowi funkcji rozkładu. Gdy zdarzy się tak, że dla danego modelu nie jest znana funkcja rozkładu, należy dobrać taką, której zastosowanie da oczekiwane wyniki. W przeciwnym wypadku, aby uzyskać zadowalające wyniki niezbędne będzie użycie odpowiednio dużej ilości próbek, choć to nie zawsze może dać zamierzony efekt. Odpowiednie dobranie funkcji rozkładu istotnie obniża koszt obliczeniowy algorytmu globalnego oświetlenia, a zarazem zwiększa jakość generowanych obrazów.

Więcej na temat metod Monte-Carlo, algorytmu Path Tracing, metod próbkowania i funkcji rozkładu prawdopodobieństwa można znaleźć w pracach [6], [16], [28], [29], [30] i [31].

5.2. Parametry

Istotą modeli oświetlenia są parametry, które opisują zachowanie odbicia. Od rodzaju parametrów zależy sposób użycia modelu, a często także jakość generowanych z jego wykorzystaniem obrazów.

Parametry mają różne pochodzenie i można je podzielić na dwie grupy: empiryczne i fizyczne.

Parametry empiryczne są dobierane na bazie eksperymentów. Ich użycie jest podyktowane koniecznością łatwego i intuicyjnego użycia modelu. Jednak nie zawsze można powiedzieć, że parametry empiryczne są intuicyjne. Dla przykładu, jak zauważył Strauss [33], wykładnik funkcji rozbłysku w modelu Phong'a, nie posiada ograniczeń dziedziny, a dodatkowo, trudno przewidzieć jak bardzo zmieni się wielkość rozbłysku dla n równego 60 i 70. Podobna uwaga tyczy się do modelu Ashikhmina-Shirley'a. Anizotropowość w tym modelu dla danej powierzchni ustawiana jest *na wyczucie*; nie zawsze można przewidzieć ostateczny wynik i weryfikowalność z rzeczywistą powierzchnią anizotropową. W opozycji znajduje się model Strauss'a, w którym parametry mają jasno określoną dziedzinę i intuicyjne znaczenie. Dzięki temu, wynikowe obrazy są przewidywalne, a model łatwy i wygodny w użyciu.

Należy pamiętać, że parametry empiryczne są zwykle dobierane na bazie eksperymentów z próbnymi renderingami. Do momentu aż nie zostaną osiągnięte oczekiwane wyniki modyfikuje się ich wartości. Istotą modeli opartych na parametrach empirycznych, jest kompromis pomiędzy łatwością obsługi, a jakością generowanych obrazów. Innymi słowy, aby każdy, nawet początkujący użytkownik systemu renderującego, bez większych trudności mógł z powodzeniem korzystać z takiego modelu. Dodatkowo, modele oparte na parametrach empirycznych nie dają gwarancji, że renderunki wykonane z ich użyciem będą odzwierciedleniem rzeczywistych scen.

Gdy za użyciem modelu oświetlenia stoi konieczność tworzenia obrazów jak najbardziej realistycznych, nieodzowne staje się użycie parametrów fizycznych. Parametry fizyczne odpowiadają wielkościom służącym do opisu rzeczywistych powierzchni i w razie potrzeby mogą zostać zmierzone.

Główną zaletą użycia modeli bazujących na parametrach fizycznych jest fakt, że za ich pomocą można modelować rzeczywiste powierzchnie. Dla przykładu wartości współczynnika refrakcji η dla wielu materiałów są ogólnie znane i dostępne w wielu opracowaniach czy Internecie. Podobnie jest ze współczynnikiem szorstkości m , czy odbijalnością materiału. Jeśli jednak dla danej powierzchni nie są znane parametry fizyczne to mogą one zostać zmierzone. Ward [35] przedstawił prosty sposób otrzymywania parametru m (czy odpowiednich m_x i m_y dla powierzchni anizotropowych) z wykorzystaniem **gonireflektometru**. Gonioreflektometr to urządzenie badające odbijalność powierzchni dla różnych kątów padania i różnych wartości kąta azymutu.

Wady użycia parametrów o podłożu fizycznym wynikają niestety z faktu, że nie dla wszystkich materiałów ich wartości można znaleźć. Nie zawsze też znajdują się odpowiednie fundusze, pozwalające na wykonanie czy zlecenie odpowiednich pomiarów. Z drugiej strony może się okazać, że parametry po prostu nie są zrozumiałe dla użytkowników systemu renderującego. Wynika to z faktu, że są to wielkości *stricte* fizyczne, używane przez naukowców, a ich dostępność jest czasami ograniczona.

Model oświetlenia nie zawsze musi opierać się na konkretnym rodzaju parametrów. Dla przykładu, model Ashikhmina-Shirleya korzysta z empirycznych parametrów n_x i n_y do modelowania funkcji rozbłysku i anizotropii, i z parametru odbijalności zwierciadlanej wywodzącej się ze współczynnika Fresnela, do obliczenia którego potrzebna jest wartość współczynnika refrakcji. Podobnie, w modelu Straussa, wszystkie parametry oprócz indeksu refrakcji mają pochodzenie wprost empiryczne.

Użycie modelu bazującego na danym rodzaju parametrów wynika z motywacji jakie kierują przy tworzeniu obrazów. I tak modele opierające się na parametrach empirycznych nie gwarantują realizmu renderowanych obrazów. Z drugiej strony głównym zamierzeniem modeli opartych na parametrach fizycznych jest generowanie jak najbardziej realistycznych obrazów.

Rodzi się pytanie, czy możliwa jest transformacja jednego rodzaju parametrów w drugi? Niestety, w ogólnym przypadku nie jest to możliwe, choć można próbować znaleźć odzwierciedlenie zmiany parametrów jednego modelu w zmianie parametrów drugiego, porównując rozkład odbicia. Ward [40] przedstawił sposób w jaki można sprowadzić wykładnik w funkcji rozbłysku n z modelu Phonga do posiadającego fizyczne

znaczenie parametru szorstkości m np. z modelu Cooka-Torrance'a czy innych:

$$n = \frac{2}{m^2}. \quad (5.3)$$

Powyższe równanie odnosi się nie tyle do wykładnika n z modelu Phong'a, co do jego modyfikacji przedstawionej przez Blinna. Jest tak dlatego, że funkcje operujące na parametrze szorstkości m , są funkcjami kąta δ (patrz tab. 1.1). Zatem transformacja ta odnosi się do funkcji rozbłysku z modelu Blinna-Phong'a $\cos^n(\delta)$. Ward podkreśla, że jest to współzależność niedoskonała, jednak najlepsza z możliwych.

Zależność (5.3) została wykorzystana w implementacji modeli przy określaniu argumentu n w funkcji rozkładu próbek dla odbicia zwierciadlanego (5.2).

5.3. Modelowanie zjawisk

5.3.1. Odbicie fresnelowskie (*off-specular*)

Fresnel zaobserwował i opisał, że wraz ze wzrostem kąta padania, wzrasta odbijalność zwierciadlana powierzchni. Zjawisko to jest wyrażone przez współczynnik Fresnela. W zależności od rodzaju powierzchni współczynnik Fresnela przyjmuje różne wartości dla kąta $\beta = 0^\circ$. Jednak dla wszystkich powierzchni wraz ze wzrostem kąta β , wzrasta odbijalność zwierciadlana, osiągając dla $\beta = 90^\circ$ wartość 1. Oczywiście, im powierzchnia jest bardziej szorstka, tym większą rolę odgrywają efekty geometrycznego wygaszania, co powoduje, że zwierciadlaność powierzchni zostaje zarazem odpowiednio zmniejszona.

Nie każdy z modeli poprawnie modeluje wyżej opisane zjawisko. Robią to dobrze jedynie te, które zawierają w swej postaci człon określający współczynnik Fresnela. Okazuje się zarazem, że nie musi to być oryginalny współczynnik Fresnela, jak to ma miejsce w modelu Cooka-Torrance'a. Bardzo dobrze w praktyce zachowuje się aproksymacja podana przez Schlicka, która została użyta w jego modelach, a także w modelu Ashikhmina-Shirleya, i może być stosowana jako zamiennik oryginalnego współczynnika Fresnela. Mimo faktu, że model Straussa jest modelem *sensu stricto* empirycznym, to zawiera współczynnik Fresnela w wersji zaproksymowanej przez Straussa, która w praktyce także daje dobre efekty.

W dodatku można znaleźć obrazy sceny wyrenderowanej z wykorzystaniem różnych modeli oświetlenia i uwzględnieniem różnych kierunków patrzenia.

Można zaobserwować, że dla modelu Phong'a i innych nie zawierających współczynnika Fresnela, odbijalność podłogi wraz ze wzrostem kąta patrzenia maleje, przechodząc w odbijalność jedynie rozproszoną.

Dla modeli zawierających współczynnik Fresnela, odbicie zwierciadlane od podłogi jest widoczne nawet dla dużych kątów patrzenia. Co prawda nie zwiększa się, lecz wynika to z zastosowanej implementacji, która opiera się na funkcji rozkładu próbek opisanej wcześniej (5.2).

Ciekawe podejście prezentuje w tym kontekście model Ashikhmina-Shirleya. W modelu tym wraz ze wzrostem odbijalności zwierciadlanej (co jest spowodowane wzrostem

kąta β), coraz mniejszą rolę odgrywa wielkość odbicia rozproszonego. Dlatego odbicie zwierciadlane dla dużych kątów jest dużo wyraźniej widziane, w porównaniu do modeli, w których odbicie rozproszone dla każdego kierunku odbicia jest stałe.

5.3.2. Anizotropia

Jedynie trzy spośród omówionych w niniejszej pracy modeli są dostosowane do modelowania powierzchni anizotropowych. Konsekwencją jest większy czas jaki jest potrzebny do obliczenia takiego modelu. Anizotropia modelowana modelem Ashikhmina-Shirleya opiera się na użyciu parametrów empirycznych, które należy dobrać na bazie eksperymentów. W modelu Warda zaproponowano użycie wielkości fizycznych. Używając pomysłu Warda możliwe jest rozszerzenie modelu Cooka-Torrance'a, tak aby modelował także powierzchnie anizotropowe. Modyfikacja polega na sparametryzowaniu funkcji szorstkości dwoma parametrami m_x i m_y (jak to zostało zrobione w modelu Warda).

Godnym uwagi rozwiązaniem jest podejście prezentowane w modelu Schlicka. Anizotropia jest tam wyrażona przez parametr $p \in [0, 1]$. Dzięki temu modelowanie anizotropii jest intuicyjnie łatwe. Dodatkowo Schlick podkreśla, że parametr p ma ściśle określone znaczenie fizyczne.

5.3.3. Fizyczna poprawność

Fizyczna poprawność modelu jest zagwarantowana wtedy, gdy funkcja BRDF modelu spełnia **zasady wzajemności i zachowania energii**. Jest to następny punkt, względem którego można podzielić modele oświetlenia. Fizyczna poprawność modelu gwarantuje, że model może być z powodzeniem stosowany do renderingów z wykorzystaniem metod Monte-Carlo. Pociąga to za sobą fakt, że obrazy generowane z wykorzystaniem takich modeli oświetlenia będą dużo bardziej zbliżone do rzeczywistych scen, niż modele które poprawności fizycznej nie gwarantują.

Mimo, że klasyczny model Phong'a nie jest poprawny fizycznie, to jego modyfikacja BRDF spełnia zasady wzajemności i zachowania energii, co powoduje, że nadal jest atrakcyjny dla renderingów fizycznych.

Modele, które nie spełniają zasad fizycznych funkcji BRDF dobrze nadają się do renderingów takich jak Ray Tracing (klasyczny model Phong'a, Lamberta czy Straussa). Metoda ta mimo, że generuje fotorealistyczne obrazy, to nie gwarantuje fizycznej poprawności obrazów. Jest jednak wystarczająca dla wielu zastosowań.

W tablicy 5.1 znajduje się zestawienie wyników porównania dla wszystkich opisanych w niniejszej pracy modeli oświetlenia.

5.4. Koszt obliczeniowy

W zależności od motywacji kierujących użyciem danego modelu pod uwagę jest także brany koszt obliczeniowy. Istnieją zastosowania jak np. rendering w czasie rzeczy-

| model oświetlenia | parametry | fizyczna poprawność | anizotropia | odbicie <i>off-specular</i> |
|-------------------|------------|---------------------|-------------|-----------------------------|
| Lambert | empiryczne | tak | nie | nie |
| Phong klasyczny | empiryczne | nie | nie | nie |
| Phong BRDF | empiryczne | tak | nie | nie |
| Cook-Torrance | fizyczne | tak | nie | tak |
| Schlick-Cook-T. | fizyczne | tak | nie | tak |
| Ward | fizyczne | tak | tak | nie |
| Ashikhmin-Shirley | empiryczne | tak | tak | tak |
| Strauss | empiryczne | nie | nie | tak |
| Schlick | fizyczne | tak | tak | tak |
| Lafortune | empiryczne | tak | tak | tak |
| HTSG | fizyczne | tak | nie | tak |

Tablica 5.1: Porównanie modeli oświetlenia

wistym, w których czas obliczeń jest ważniejszy niż jakość generowanych obrazów. Ponadto, przed wyborem danego modelu oświetlenia, warto znać dane na temat jego złożoności obliczeniowej.

W celu porównania modeli względem czasu, wykorzystano metodę polegającą na wielokrotnym użyciu danego modelu do obliczenia odbicia. Jedyne dane potrzebne do testu to kierunek padania, kierunek odbicia, normalna do powierzchni w punkcie badania i parametry charakteryzujące model oświetlenia. Dziwić może, iż testy czasowe nie zostały przeprowadzone z wykorzystaniem systemu renderującego. Takie podejście wynika z faktu, że w zależności od użytej metody obliczania globalnego oświetlenia, czas renderowania sceny jest istotnie różny, ponieważ posiadają one różną złożoność obliczeniową. Powoduje to, że tak uzyskane wyniki czasowe nie oddawałyby nakładu obliczeniowego wynikającego z użycia danego modelu oświetlenia.

Testy zostały przeprowadzone z wykorzystaniem procesora AMD XP 2200+ (1800 MHz), pamięci 256 MB RAM i systemu operacyjnego Mandrake Linux 9.1. Tablica 5.2 przedstawia wyniki testów dla 1 000 000 000 (miliarda) iteracji wyżej opisanej metody.

Należy zwrócić uwagę na dość długi czas obliczeń dla modeli Schlicka, Ashikhmina-Shirleya i Warda. Mimo, że każdy z nich opiera się na różnych parametrach opisu po-

| model oświetlenia | czas obliczeń |
|-----------------------|---------------|
| Lambert | 305 sek. |
| Phong | 921 sek. |
| Blinn-Phong | 841 sek. |
| Schlick-Phong | 735 sek. |
| Cook-Torrance | 1277 sek. |
| Schlick-Cook-Torrance | 1102 sek. |
| Strauss | 1150 sek |
| Ashikhmin-Shirley | 1649 sek. |
| Ward | 1426 sek. |
| Schlick | 1634 sek. |
| Lafortune | — |
| HTSG | — |

Tablica 5.2: Porównanie czasu obliczenia modeli oświetlenia dla miliarda iteracji

wierzchni, to ich wspólnym mianownikiem jest wsparcie dla modelowania powierzchni anizotropowych. Dlatego czas ich obliczenia jest większy niż modeli ograniczonych jedynie do modelowania powierzchni izotropowych. Wynika to z faktu, że do obliczenia modelu anizotropowego niezbędne jest wyliczenie za każdym razem lokalnego układu współrzędnych. Wykorzystuje się do tego iloczyn wektorowy, który musi być wyliczony dwa, a czasami trzy razy.

Porównując wyniki w tablicy 5.2 można zauważyć, że w istocie różnice nie są aż tak duże, jak to się mogło wcześniej wydawać. Szczególnie, że liczona jest tu jedynie wartość odbicia dla podanych danych. W rzeczywistości, najwięcej czasu w systemach renderujących zajmuje obliczanie widoczności jednego punktu na scenie z punktu drugiego (lub obserwatora). Dlatego najwięcej wysiłków czynionych jest w celu przyspieszenia tych obliczeń. Jeśli jednak chodzi o systemy renderujące, w których główny nacisk kładziony jest na szybkość działania, to istotny jest każdy ułamek sekundy. Wtedy wybór modelu oświetlenia jest podyktowany głównie kosztami obliczeniowymi, a dopiero później jakością obrazów.

Z drugiej strony, skoro istnieją modele będące aproksymacją bardziej złożonych,

a zarazem dobrze modelują pożądane zjawiska związane z odbiciem, to dlaczego ich nie używać? Uwaga ta dotyczy się najpopularniejszych w grafice modeli Cooka-Torrance'a i modelu Phong'a. Okazuje się, że aproksymacja modelu Cooka-Torrance'a dokonana przez Schlicka daje wymierne korzyści obliczeniowe, nie tracąc przy tym na jakości obrazów. Podobnie, jeśli chodzi o model Phong'a, dobrą alternatywą (zresztą powszechnie stosowaną) jest modyfikacja wprowadzona przez Blinna, do której można dodatkowo zaaplikować aproksymację funkcji rozbłysku Schlicka.

Nie ulega jednak wątpliwości, że wraz ze wzrostem mocy obliczeniowej komputerów, większy nacisk będzie kładziony na jakość a nie walkę z każdą sekundą.

W porównaniu czasu obliczeń nie zostały uwzględnione modele HTSG i Lafortuna. Pierwszy, ponieważ nie został zaimplementowany z przyczyn praktycznych. Z kolei model Lafortuna'a, dlatego, że zwykle używany jest do aproksymacji istniejących modeli oświetlenia i jego koszt obliczeniowy jest zależny wymaganej dokładności stawianej docelowemu modelowi. W ogólnych przypadkach złożoność modelu Lafortuna'a może być wyrażona złożonością modelu Phong'a.

Rozdział 6

Podsumowanie

Od 1975 roku, kiedy to Phong zaproponował swój model oświetlenia, powstało wiele modeli próbujących na różne sposoby w opisać sposób odbicia światła od powierzchni. W niniejszej pracy zostały przedstawione najważniejsze i najpopularniejsze modele, które stanowią istotny wkład w dziedzinę badań nad obliczaniem lokalnego oświetlenia i są często używane w zastosowaniach praktycznych.

Mimo dokonanego w poprzednim rozdziale porównania, nie można powiedzieć, że któryś z modeli jest najlepszy. Można jedynie powiedzieć, że dany model najlepiej nadaje się dla pewnych zastosowań. W zależności od tego czy jest to rendering w czasie rzeczywistym, generowanie fotorealistycznych obrazów czy tworzenie efektów specjalnych np. w filmach, to motywacje kierujące za wyborem modelu oświetlenia mogą być różne.

Można zaobserwować pewną ewolucję modeli oświetlenia. Nadal celem nadrzędnym jest dbałość o niski koszt obliczeniowy, lecz wraz ze wzrostem mocy komputerów coraz mniej uwagi się temu przykłada. Z kolei, coraz większy nacisk jest kładziony na symulowanie rzeczywistych zjawisk związanych z odbiciem. Z jednej strony są modele opisane za pomocą parametrów empirycznych, z drugiej oparte o parametry fizyczne. Mimo, iż zwykło się myśleć, że modele oparte na parametrach empirycznych gorzej radzą sobie z modelowaniem zjawisk towarzyszących odbiciu to należy zwrócić uwagę choćby na modele Straussa czy Ashikhmina-Shirleya. Oba modelują odbicie *off-specular*, a dodatkowo ten drugi umożliwia symulowanie anizotropowości spełniając zarazem zasady wzajemności i zachowania energii. Czyni to model Ashikhmina-Shirleya wielce praktycznym i atrakcyjnym w użyciu. Z drugiej strony modele bazujące na parametrach fizycznych, z najpopularniejszym przedstawicielem na czele, modelem Cooka-Torrance'a, ciągle są lepsze jeśli chodzi o renderingi jak najbardziej rzeczywiste.

Należy jednak zauważyć, że mimo całego spektrum dostępnych modeli oświetlenia, nadal najpopularniejszymi w grafice komputerowej są model Lamberta i model Phonga. Wynika to przede wszystkim z ich klarowności i prostoty analitycznego zapisu. Po przeciwnej stronie znajduje się model HTSG, którego zawiła postać i użycie mało intuicyjnych, czysto fizycznych parametrów czyni go wyjątkowo niepraktycznym. Mimo, że jest on najbardziej rozbudowanym i zweryfikowanym dla ogromnej ilości materiałów modelem to jest on niezwykle rzadko używany w praktyce.

Rosnąca moc obliczeniowa komputerów powoduje, że koszt obliczenia modelu staje

się coraz mniej istotny. Dzięki temu coraz większą uwagę przykładają się do realizmu renderowanych obrazów. Konsekwencją tego jest możliwość użycia coraz doskonalszych a zarazem kosztowniejszych technik algorytmicznych. Zawiera się w tym użycie bardziej wysublimowanych modeli oświetlenia.

Tworząc system renderujący zwykle poprzestaje się na zaimplementowaniu modelu Lamberta czy Phong'a. Niestety, im model bardziej skomplikowany tym trudniejsze jest jego użycie. Mimo to należy próbować użycia bardziej złożonych modeli. W prosty sposób system implementujący model Phong'a może być przyspieszony modyfikacjami Blinna czy Schlicka. Może być także rozszerzony o model Straussa czy Ashikhmina-Shirleya. Wiąże to się jednak z dodaniem nowych parametrów i rozwinięciem opisu renderowanej sceny o wartości parametrów wprowadzane przez te modele. Z drugiej strony, można użyć któregoś z modeli bazujących na parametrach fizycznych. Gdy w modelach empirycznych dobiera się wartości parametrów na bazie doświadczeń, to przy użyciu modeli bazujących na parametrach fizycznych, gdy brakuje dokładnych danych pomiarowych, można użyć tej samej metody. Dodatkowo, gdy dane pomiarowe są dostępne, staje się możliwe odwzorowanie zachowania się odbicia światła od rzeczywistych powierzchni.

Dla najbardziej zaawansowanych użytkowników pozostają modele Lafortuna i HTSG. Wykorzystanie pierwszego łączy się albo z empirycznym dobieraniem współczynników (oczekiwany efekt niestety może nie być łatwo otrzymany) lub z użyciem metod optymalizacji nieliniowej w celu dopasowania modelu do już istniejącego modelu czy do pomiarów rzeczywistej powierzchni. Model HTSG wymaga z kolei znajomości fizycznych danych opisywanej powierzchni i ich konkretnych wartości dla modelowanych materiałów. Dodatkowo jego efektywna implementacja jest nie lada wyzwaniem.

W wyborze konkretnego modelu należy pamiętać o motywacjach, które kierują powstawaniem systemu renderującego. Po pierwsze, jakiego rodzaju jest to system (np. ray tracing, metody Monte-Carlo). Po drugie, jakie cele są stawiane przed systemem (np. szybkość, jakość). Po trzecie, czy potrzebne, a co za tym idzie, czy dostępne są dane (dla danego modelu oświetlenia) opisujące materiały z których będą zbudowane obiekty sceny. Po czwarte, czy użycie systemu opartego o dany model oświetlenia będzie odpowiednio łatwe dla użytkowników końcowych. Jedynie takie rozumowanie może doprowadzić do wyboru odpowiedniego modelu, który będzie spełniał postawione przed nim oczekiwania.

W wielu ośrodkach naukowych zajmujących się grafiką komputerową, prowadzone są badania nad nowymi, coraz bardziej doskonałymi, modelami oświetlenia. Prace prowadzone są w oparciu o istniejące już modele, z których najważniejsze zostały opisane w tej pracy. Jest to tematyka, która ciągle pozostaje otwarta.

Bibliografia

- [1] M.Ashikhmin, P.Shirley: *An Anisotropic Phong Light Reflection Model*, Journal of Graphics Tools, 5(2):25-32, 2000
- [2] P.Beckmann, A.Spizzichino: *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, Pergamon Press, 1963
- [3] G.Bishop, D.Weimer: *Fast Phong Shading*, Computer Graphics, v20, n4, p103-106, 1986
- [4] J.Blinn: *Models of light reflection for computer synthesized pictures*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '77), 11(2):192-198, July 1977.
- [5] R.Cook, K.Torrance: *A reflectance model for computer graphics*, ACM Transaction on Graphics, 1(1):7-24, January 1982
- [6] R.Cook, T.Porter, L.Carpenter: *Distributed ray tracing*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '84), 18(4):165-174, July 1984
- [7] J.D.Foley, A.van Dam, S.K.Feiner, J.F.Hughes, R.L.Philips: *Wprowadzenie do grafiki komputerowej*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1995
- [8] A.Glassner: *Principles of Digital Image Synthesis*, Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1995
- [9] X.He, P.Heynen, R.Phillips, K.Torrance, D.Salesin, D.Greenberg: *A Fast and Accurate Light Reflection Model*, Siggraph '92, Chicago, July 1992
- [10] X.He, K.Torrance, F.Sillion, D.Greenberg: *A comprehensive physical model for light reflection*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '91), 25(4):175-186, July 1991
- [11] H.W.Jensen, S.Marschner, M.Levoy, P.Hanrahan: *A Practical Model for Subsurface Light Transport*, Siggraph '2001, Los Angeles, August 2001
- [12] J.Kaijya: *Anisotropic reflection models*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '85), 19(3):15-21, July 1985
- [13] E.Lafortune, Y.Willems: *Using the Modified Phong Reflectance Model for Physically Based Rendering*, Report CW 197, Department of Computing Science, K.U. Leuven, November 1994

-
- [14] E.Lafortune, Sing-Choong Foo, K.E.Torrance, D.P.Greenberg: *Non-Linear Approximation of Reflectance Functions*, Siggraph '97, Los Angeles, August 1997
- [15] R.Lewis, *Making Shaders More Physically Plausible*, Computer Graphics Forum, 13(2):109 – 120, June 1994
- [16] H.McCabe, *Markov Chain Monte Carlo Methods for Global Illumination*, Technical Report TCD-CS-1999-49, Dublin, Ireland, October 1999.
- [17] M.Minaert: *The reciprocity principle in lunar photometry*, Astrophysical Journal, 93:403-410, 1941
- [18] F.E. Nicodemus: *Reflectance nomenclature and directional reflectance and emissivity*, Applied Optics. Vol. 9(6). pp.1474-1475, June 1970
- [19] L.Neumann, A.Neumann, L.Szirmay-Kalos: *Compact metallic reflectance models*, Computer Graphics Forum, 18(13):161-172, 1999
- [20] M.Oren, S.Nayar: *Generalization of the Lambertian Model and Implications for the Machine Vision*, International Journal of Computer Vision, 14(3):227-251, April 1995
- [21] Phong Bui-Tuong: *Illumination for computer generated pictures*, Communications of the ACM, 18(6):311-317, June 1975
- [22] P.Poulin, A.Fournier: *A model for anisotropic reflection*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '90), 24(4):273-282, August 1990
- [23] C.Schlick: *A Survey of Shading and Reflectance Models for Computer Graphics*, Computer Graphics Forum, v13, n2, p121-132, June 1994
- [24] C.Schlick: *Divers Éléments pour une Synthèse d'Images Réalistes*, PhD Thesis, Université Bordeaux, 1992
- [25] C.Schlick: *An Inexpensive BDRF Model for Physically based Rendering*, Eurographics'94 (Oslo, Norway), Computer Graphics Forum, v13, n3, p149-162, September 1994
- [26] C.Schlick: *A Fast Alternative to Phong's Specular Shading Model*, Graphics Gems IV, p363-366, April 1994
- [27] C.Schlick: *A Customizable Reflectance Model for Everyday Rendering*, Fourth Eurographics Workshop on Rendering (Paris, France), p73-83, June 1993
- [28] P.Shirley: *Physically Based Lighting Calculations for Computer Graphics*, PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, November 1990
- [29] P.Shirley: *Realistic ray tracing*, A K Peters, Ltd., 2000

-
- [30] P.Shirley, H.Hu, B.Smits, E.Lafortune: *A practitioners' assessment of light reflection models*, In Pacific Graphics, 40-49, October 1997.
- [31] P.Shirley, Ch.Wang: *Distribution Ray Tracing: Theory and Practice*, Proceedings of the 3rd Eurographics Rendering Workshop, Bristol, 1992
- [32] B.Smith: *Geometrical Shadowing of a Random Rough Surface*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, v15, n5, p668-671, 1967
- [33] P.Strauss: *A realistic lighting model for computer animators*, IEEE Computer Graphics & Applications, 10(11):56-64, November 1990
- [34] K.Torrance and E.Sparrow: *Theory for off-specular reflection from roughened surfaces*, Journal of the Optical Society of America, 27(3):1104-1114, 1967
- [35] G.Ward: *Measuring and modeling anisotropic reflection*, Computer Graphics (Proc. Siggraph '92), 26(4):265-272, July 1992
- [36] A.Kuijk and E.H.Blake: *Faster Phong Shading via Angular Interpolation*, Computer Graphics, v19, n3, p15-21, 1990
- [37] T.Trowbridge and K.Reitz: *Average irregularity representation of a roughened surface for ray reflection*, J. Opt. Soc. Am. 65, 531-536, May 1975
- [38] J.Warnock: *A Hidden-Surface Algorithm for Computer Generated Half-Tone Pictures*, Technical Report TR 4-15, Computer Science Department, University of Utah, Salt Lake City, UT, June 1969
- [39] S.Yokoi, J.Toriwaki: *Realistic Expression of Solids with Feeling of Materials*, JARECT, Vol.18, 1988
- [40] G.Ward: *The Materials and Geometry Format*, <http://radsite.lbl.gov/mgf/>, Version 1.0, May 1995