

Egzamin licencjacki/inżynierski

22 lutego 2021

termin poprawkowy

Informacja

Należy rozwiązać zadania z 2 lub 3 z poniższych zestawów. W przypadku wyboru 2 zestawów, jako trzecia zostanie uwzględniona ocena z zestawu Programowanie z I terminu. W przypadku wyboru poniższych 3 zestawów, ocena będzie wystawiona tylko na ich podstawie, bez uwzględnienia oceny częściowej z I terminu. W przypadku wyboru tylko 1 zestawu, jako druga zostanie doliczona ocena częściowa z I terminu, a jako trzecia ocena niedostateczna z brakującego do 3 zestawu.

Egzamin uważa się za zaliczony, jeśli student rozwiąże z oceną dostateczną co najmniej 2 zestawy z 3. Wtedy ocena z egzaminu jest średnią arytmetyczną ocen z trzech wybranych zestawów. Na rozwiązanie przeznaczona jest czas $3 \times 40 = 120$ minut w przypadku wyboru 3 zestawów, lub $2 \times 40 = 80$ minut w przypadku wyboru 2 zestawów. Po wyjściu z sali egzaminacyjnej w czasie egzaminu nie ma możliwości powrotu do tej sali i kontynuowania pisania egzaminu.

Matematyka I — Logika dla informatyków

1. Ile jest funkcji $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ spełniających następujące warunki?

$$\begin{aligned}f(13) &= 42 \\ f(i+1) &= f(i) + 1 \quad \text{dla wszystkich } i \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

2. Ile jest funkcji $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ spełniających następujące warunki?

$$\begin{aligned}f(42) &= 13 \\ f(i+1) &= f(i) + 1 \quad \text{dla wszystkich } i \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

Udowodnij poprawność swoich odpowiedzi.

Matematyka dyskretna

Dysponujemy patyczkami czerwonymi, zielonymi i niebieskimi o długości 2 oraz białymi o długości 1. Niech a_n będzie liczbą sposobów ułożenia patyczków jeden za drugim w linię o długości n . Wylicz zwarty wzór na a_n .

Algorytmy i struktury danych

Za rozwiązanie obydwu zadań z tej części można otrzymać w sumie do 9 punktów. Skala ocen: poniżej 3 punktów — ocena niedostateczna (egzamin niezdany), 3 punkty dają ocenę dostateczną, 4 — dostateczną z plusem, 5 — dobrą, 6 — dobrą z plusem, 7 albo więcej punktów daje ocenę bardzo dobrą.

Zadanie 1: maksymalny wzrost (4 punkty)

Dany jest n -elementowy ciąg liczb rzeczywistych a_0, a_1, \dots, a_{n-1} . Liczby w tym ciągu nie są uporządkowane. Należy wyznaczyć taką parę pozycji (i, j) , aby różnica $a_j - a_i$ osiągała maksymalną wartość, przy czym $0 \leq i < j < n$.

Opracuj efektywny algorytm, który rozwiązuje to zadanie. Przedstaw ideę rozwiązania, a potem zapisz ją w pseudokodzie. Uzasadnij poprawność opisanej metody i oszacuj jej złożoność obliczeniową.

Zadanie 2: słownik z operacją *median* (5 punktów)

Rozważmy słownik S , którego elementy pochodzą ze zbioru z porządkiem liniowym. Do standardowych operacji słownikowych *insert*(x), *delete*(x) i *search*(x) dodajemy jeszcze operację *median*(\cdot). Operacja ta ma wyznaczyć wartość mediany (elementu środkowego co do wielkości) czyli element, od którego jest $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ mniejszych w n -elementowym zbiorze.

Zmodyfikuj znaną Ci strukturę słownikową tak, aby każda z wymienionych operacji miała pesymistyczną złożoność czasową $O(\log n)$, gdzie n jest liczbą elementów w zbiorze. Procedurę *median*(\cdot) napisz w pseudokodzie i skomentuj jej działanie. Krótko, ale precyzyjnie napisz, jak należy zmodyfikować pozostałe procedury słownikowe (szczególnie te modyfikujące zawartość zbioru).