Lista zadań. Nr 6. 2 grudnia 2003

ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

Instytut Informatyki UWr.

1. (3pkt) Aby umożliwić maszynom alternującym rozpoznawanie języków w czasie poniżej liniowego, wyposażamy maszyny w dodatkową taśmę typu read/write (tzw. *taśmę indeksującą*). Maszyna w każdym ruchu widzi symbol z pozycji, której numer zapisany jest w postaci binarnej na taśmie indeksującej. Niech $ALOGTIME$ oznacza klasę języków rozpoznawanych przez takie maszyny w czasie logarytmicznym. Udowodnij, że język $MAJ = \{w \in \{0,1\}^* |$ co najmniej połowa liter w słowie w to jedynki $\}$ należy do $ALOGTIME$.

2. (1pkt) Niech Σ_k^p oznacza klasę maszyn (a także rozpoznawanych przez nie języków), które zaczynają pracę w trybie egzystencjalnym i pracują w czasie wielomianowym, wykonując co najwyżej k alternacji. Udowodnij, że język

$$\{\langle M, x, 1^t\rangle | M \text{ jest } \Sigma_k^p \text{ maszyną, która akceptuje } x \text{ w czasie } t\}$$

jest językiem Σ_k^p-zupełnym.

3. (2pkt) Udowodnij następujący lemat, który wykorzystywaliśmy w dowodzie twierdzenia $NTIME(lin) \setminus DTIME(lin) \neq \emptyset$:

Lemat 1 *Dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 256$, istnieje ciąg $d_0, d_1, \ldots, d_k$ taki, że:*

- $k = \lceil \log^* n/3 \rceil$;
- $1 = d_0 | d_1 | d_2 | \ldots | d_k \leq 2n$;
- $\forall_{i>0} \quad k^{n_{i+1}} \leq n_i/k$, *gdzie* $n_i = \lceil n/d_i \rceil$.

4. (3pkt) Udowodnij, że każdy język bezkontekstowy da się rozpoznać przez maszynę alternującą pracującą w czasie $O(\log^2 n)$.

Krzysztof Loryś