

Obliczenia i wnioskowanie w systemie Coq

Lista 3, termin: 16-04-2013

Uwaga: Można korzystać z bibliotek Arith i List.

Zadanie 1(3p.)

Udowodnij, że `nat <> bool`.

Zadanie 2(4p.)

Niech będzie dany rozstrzygalny predykat `P : A -> Prop` określony na zbiorze `A`. Zdefiniuj indukcyjny typ `plist : nat -> Set` taki, że elementami typu `plist n` są listy, których co najmniej `n` elementów spełnia predykat `P`. Następnie napisz funkcję, która przekształca standardowe listy (typu `list A`) w typ `plist n` dla najlepszego możliwego indeksu `n`. (Jeśli nie potrafisz od razu napisać tej funkcji tak, by się typowała, spróbuj najpierw napisać ją używając taktyk.)

Zadanie 3(3p.)

Napisz funkcję `fib : nat -> nat` wyznaczającą kolejne liczby Fibonacciego, korzystając bezpośrednio z definicji:

$$F_0 = F_1 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}.$$

Następnie udowodnij taką własność liczb Fibonacciego: jeśli `n` jest postaci `3*k-1` dla pewnego `k:nat`, to `fib n` jest liczbą parzystą.

Zadanie 5(2p.)

Rozważmy alternatywną definicję predykatu $\leq$:

```
Inductive le2 (n m : nat) : Prop :=  
| le_diff : forall k:nat, n + k = m -> le2 n m.
```

Udowodnij równoważność standardowej definicji `le` i `le2`.