

OBLICZENIA I WNIOSKOWANIE W SYSTEMIE COQ

Małgorzata Biernacka

Wykład 10
07.05.2013

DEFINICJE INDUKCYJNE I KOINDUKCYJNE

- ▶ rozważmy system wnioskowania R nad zbiorem sądów $\mathcal{U}$ dany jako zbiór reguł postaci $(\mathcal{A}, J)$, gdzie $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{U}$, $J \in \mathcal{U}$
- ▶ operator wnioskowania jednokrokowego definiujemy jako

$$F_R(S) := \{J \in \mathcal{U} \mid \exists \mathcal{A} \subseteq S. (\mathcal{A}, J) \in R\}$$

- ▶ zbiór S jest F_R -zamknięty, jeśli $F_R(S) \subseteq S$
- ▶ zbiór S jest F_R -spójny, jeśli $S \subseteq F_R(S)$
- ▶ F_R jest monotoniczny, $(\mathcal{P}(U), \subseteq)$ jest kratą zupełną
- ▶ z tw. o punkcie stałym wynika, że F_R posiada lfp i gfp:

$$lfp(F_R) = \bigcap \{S \mid F_R(S) \subseteq S\}$$

$$gfp(F_R) = \bigcup \{S \mid S \subseteq F_R(S)\}$$

DEFINICJE INDUKCYJNE I KOINDUKCYJNE

- ▶ $lfp(F_R)$ stanowi interpretację indukcyjną systemu wnioskowania R
- ▶ zasada indukcji: aby pokazać, że wszystkie sądy J należące do interpretacji indukcyjnej R należą do pewnego zbioru S , wystarczy pokazać, że S jest F_R -zamknięty (tj. $F_R(S) \subseteq S$)
- ▶ $gfp(F_R)$ stanowi interpretację koindukcyjną systemu wnioskowania R
- ▶ zasada koindukcji: aby pokazać, że zbiór S należy do interpretacji koindukcyjnej R , wystarczy pokazać, że S jest F_R -spójny (tj. $S \subseteq F_R(S)$)

INTERPRETACJA ZA POMOCĄ WYPROWADZEŃ

- ▶ interpretacja indukcyjna systemu wnioskowania R to zbiór konkluzji wszystkich dobrze ufundowanych wyprowadzeń w systemie R (tj. takich drzew, które nie mają nieskończonych gałęzi)
- ▶ zasada indukcji: aby pokazać, że wszystkie sądy J należące do interpretacji indukcyjnej R należą do pewnego zbioru S , wystarczy pokazać to przez indukcję strukturalną po dobrze ufundowanych wyprowadzeniach

INTERPRETACJA ZA POMOCĄ WYPROWADZEŃ

- ▶ interpretacja koindukcyjna systemu wnioskowania R to zbiór konkluzji dowolnych wyprowadzeń (być może mających nieskończone gałęzie)
- ▶ zasada koindukcji: aby pokazać, że zbiór S należy do interpretacji koindukcyjnej R , wystarczy pokazać, że dla każdego $J \in S$, J jest konkluzją wyprowadzenia otrzymanego z rozwiązania układu równań postaci

$$x_J = \frac{x_{I_1} \dots x_{I_n}}{J}$$

dla każdej reguły $(\{I_1, \dots, I_n\}, J) \in R$ i każdego $J \in S$

- ▶ układ równań nie ma równania postaci $x_J = x_{J'}$
- ▶ układ równań ma rozwiązanie σ takie, że $\sigma(x_J)$ jest wyprowadzeniem J

PRZYKŁAD

- ▶ niech $R = \{(\emptyset, 0 : \text{nat}), (\{n : \text{nat}\}, S\ n : \text{nat})\}$
- ▶ $lfp(F_R) = \{0 : \text{nat}, S\ 0 : \text{nat}, \dots, S\ n : \text{nat}, \dots\}$
- ▶ $gfp(F_R) = \{0 : \text{nat}, S\ 0 : \text{nat}, \dots, S\ n : \text{nat}, \dots, (SS\dots) : \text{nat}\}$