



UNIwersytet  
Warszawski

Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki  
Instytut Informatyki

Warszawa, 2 września 2020

Rada Dyscypliny Naukowej Informatyka  
Wydział Matematyki i Informatyki  
Uniwersytet Wrocławski

**Recenzja rozprawy doktorskiej Mateusza Lewandowskiego**

*Algorytmy aproksymacyjne dla wierzchołkowo-ważonych problemów konstrukcji sieci w grafach planarnych oraz dla lokalizacji fabryk*

**Przegląd wyników rozprawy.** Tematem rozprawy są algorytmy aproksymacyjne dla problemów planowania sieci (ang. network design) ze szczególnym uwzględnieniem grafów planarnych. Dla kilku istotnych wariantów problemu drzewa Steinera i problemu lokalizacji punktów użyteczności publicznej (ang. facility location), autor pokazuje nowe algorytmy aproksymacyjne, dające najlepsze znane współczynniki aproksymacji.

Wspólnym mianownikiem dużej grupy wyników jest rozpatrywanie (ogólniejszego) wariantu z wagami na wierzchołkach, a nie krawędziach. W wersji z wagami na wierzchołkach, problem drzewa Steinera (i, w konsekwencji, wiele innych rozważanych w rozprawie problemów) jest co najmniej tak trudny jak problem pokrycia zbiorami (ang. set cover), czyli nie powinniśmy oczekiwać lepszego współczynnika aproksymacji niż  $\ln n$ . To motywuje do ograniczenia klasy rozważanej instancji np. do grafów planarnych, gdzie możliwe są lepsze współczynniki aproksymacji.

Literatura dotycząca problemów planowania sieci w grafach planarnych jest bardzo bogata. Okazuje się, że dla grafów planarnych można skonstruować ciekawe i efektywne algorytmy aproksymacyjne dla dużej liczby ważnych problemów. Badania autora rozprawy bardzo dobrze wpisują się w ten trend w światowej nauce.

**Warianty problemu drzewa Steinera.** W pierwszej części rozprawy autor rozważa wariant problemu drzewa Steinera i lasu Steinera, gdzie wagi są na wierzchołkach, wejściowy graf jest planarny, a każdy terminal czy parę terminalów (w przypadku problemu lasu Steinera) można nie obsłużyć, płacąc określoną karę. Bazując na klasycznym podejściu Go-

emansa i Williamsona, autor pokazuje elegancki algorytm 3-aproksymacyjny w przypadku drzewa Steinera, który ma jedną dodatkową cechę: nie przepłaca (w stosunku do optymalnego rozwiązania) w zakresie kar, które płaci. Łącząc ten algorytm z drugim znanym algorytmem dla problemu, autor otrzymuje 2.8797-aproksymacyjny algorytm dla omawianego wariantu problemu drzewa Steinera. Następnie, bazując na tych pomysłach oraz algorytmie Hajiaghayi i Jaina dla wariantu z wagami na krawędziach, autor pokazuje 4-aproksymacyjny algorytm dla omawianego wariantu problemu lasu Steinera.

W tej części rozprawy autor pokazuje głębokie zrozumienie wcześniejszych wyników dla rozważanych problemów. Opracowuje nowy algorytm, bazując na klasycznym paradygmacie, i umiejętnie łączy wszystkie klocki by osiągnąć cel.

**Problem  $k$ -drzewa rozpinającego.** Kolejna część rozprawy dotyczy problemu  $k$ -drzewa rozpinającego (ang.  $k$ -MST): mając dany parametr  $k$ , szukamy spójnego podgrafu składającego się z  $k$  wierzchołków o sumarycznym najmniejszym możliwym koszcie. Warto zwrócić uwagę, że istnienie schematu aproksymacyjnego dla tego problemu (nawet w wersji z wagami na krawędziach) oraz dla problemu drzewa Steinera (z wagami na wierzchołkach) w grafach planarnych są dwoma bardzo ważnymi otwartymi problemami w tej dziedzinie.

Łącząc (zmodyfikowany) algorytm 3-aproksymacyjny z poprzedniej części z technikami z poprzednich prac dotyczących podobnych problemów, autor otrzymuje algorytm  $(4 + \varepsilon)$ -aproksymacyjny dla rozważanego problemu. Podobnie jak w poprzedniej części, autor pokazuje bardzo dobre zrozumienie technik z kilku poprzednich prac i umiejętnie łączy elementy, otrzymując nowy rezultat. Rozdział zawiera też ciekawą dyskusję o ogólności i ograniczeniach stosowanej techniki.

**Drzewo Steinera w grafach mapowych.** W ostatnim rozdziale dotyczącym grafów planarnych, autor pokazuje schemat aproksymacyjny dla problemu drzewa Steinera w przypadku grafów mapowych (ang. map graphs); jest to istotny przypadek pomiędzy grafami planarnymi z wagami na krawędziach (gdzie schemat aproksymacyjny jest znany) i grafami planarnymi z wagami na wierzchołkach (gdzie istnienie schematu aproksymacyjnego jest ważnym otwartym problemem).

Schemat aproksymacyjny dla problemu drzewa Steinera w grafach planarnych z wagami na krawędziach, autorstwa Borradaile, Kleina i Mathieu (BKM), opiera się o bardzo skomplikowany algorytm budowania spannera: małego podgrafu grafu wejściowego, który zawiera prawie optymalne rozwiązanie. Autor dogłębnie analizuje tę konstrukcję i pokazuje jak ją zmodyfikować, by osiągnąć te same własności dla grafów mapowych.

Nadmienię, że niestety ta część rozprawy jest w moim odczuciu zaprezentowana istotnie gorzej od pozostałych rozdziałów. Autor pokazuje algorytm przez pokazanie zmian do spannera BKM, często niedostatecznie definiując różne obiekty (np. brak definicji pojęcia strip). Znając dobrze algorytm BKM, nie miałem problemów ze zrozumieniem argumentacji, ale nie sądzę, by ten rozdział był zrozumiały dla czytelnika niezaznajomionego z niuansami pracy BKM.

**Rozmieszczanie punktów użyteczności publicznej.** W ostatniej części rozprawy autor rozważa problem rozmieszczania punktów użyteczności publicznej. Głównym technicznym osiągnięciem tej części jest pokazanie, jak klasyczny algorytm aproksymacyjny JMS zmodyfikować, by działał dla wariantu problemu z karami (tj. można niepodłączyć klienta płacąc pewną karę). Używając tej modyfikacji, autor pokazuje, że umie obsługiwać dowolną wklęsłą funkcję kosztu odległości (tj., podłączenie klienta  $c$  do punktu  $p$  kosztuje nie  $\text{dist}(c, p)$ , ale  $f(\text{dist}(c, p))$  dla pewnej ustalonej wklęsłej funkcji  $f$ ), nie tracąc nic na współczynniku aproksymacji. Ten ogólniejszy problem, z kolei, można wykorzystać do pokazywania algorytmów aproksymacyjnych dla różnych wariantów rozważanego problemu, poprawiając znacząco najlepsze znane algorytmy.

W tym rozdziale bardzo ciekawe jest dostrzeżenie pośredniego problemu dowolnej wklęsłej funkcji kosztu i użyteczności tego uogólnienia dla dalszych problemów. Samą techniczną zawartość oceniam podobnie jak w poprzednich rozdziałach: głębokie zrozumienie istniejących technik i umiejętne zmodyfikowanie ich do swoich potrzeb.

**Ocena i podsumowanie.** W moim odczuciu, rozprawa przede wszystkim wyróżnia się bardzo dobrze umotywowaną tematyką: autor rozważa zbiór problemów, którym interesuje się wiele bardzo dobrych grup badawczych i na temat który jest już obszerna literatura. Mimo tej konkurencji, jest w stanie osiągnąć ciekawe i nowe wyniki. Pokazuje też bardzo głębokie i obszerne zrozumienie technik i wyników.

Wszystkie przedstawione wyniki są technicznie nietrywialne i ciekawe, aczkolwiek żaden z nich nie zachwyca swoją pomysłowością czy innowacyjnością. Każdy z wyników można podsumować jako dobrze wykonana techniczna robota.

Prezentacja w większości rozprawy jest dobra lub bardzo dobra, poza rozdziałem dotyczącym drzewa Steinera w grafach mapowych, który w moim odczuciu jest zrozumiały tylko dla czytelników dobrze znających poprzednią pracę BKM.

Podsumowując, uważam, że przedstawiona rozprawa jest dobrą rozprawą i z dużym marginesem błędu spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim z informatyki. Wnioskuje o przepuszczenie jej do dalszych etapów procedury.

Z poważaniem,



Marcin Pilipczuk