Streszczenie

W niniejszej rozprawie zajmujemy się algorytmami online dla pewnych dobrze znanych problemów grafowych. Szczególną uwagę poświęcamy algorytmom deterministycznym i sposobom ich konstruowania.

Pierwszym poruszanym problemem jest problem lokalizacji (*non-metric facility location*). Konstruujemy deterministyczny prymalno-dualny algorytm, który jest niemal optymalny i dla grafów o C klientach i F obiektach osiąga konkurencyjność $O(\log F \cdot (\log C + \log\log F))$.

Kolejnym rozważanym problemem jest skojarzenie z odroczeniem (*matching with delays*), dla którego prezentujemy pierwszy deterministyczny algorytm. Ów algorytm tworzy skojarzenie wykorzystując lokalne, na wpół zachłanne reguły. Jego współczynnik konkurencyjności to co najwyżej $O(m^{\log_2 5.5})$ dla danych wejściowych z $2m$ punktami.

Następnie zajmujemy się problemem wypożyczania drzew Steinera (*Steiner tree leasing*) i pokazujemy $O(L \cdot \log k)$-konkurencyjny algorytm (L jest tutaj liczbą różnych rodzajów wypożyczeń, a k liczbą różnych punktów w sekwencji wejściowej). W przeciwieństwie do poprzednich znanych algorytmów, można go zastosować w przestrzeniach metrycznych o nieskończenie wielu punktach.

Ostatnim z rozważanych problemów to uogólniony problem k serwisantów w przestrzeniach dyskretnych (*generalized k-server problem in uniform metrics*). Konstruujemy dla tego problemu randomizowany algorytm o współczynniku konkurencyjności $O(k^2 \cdot \log k)$. Ponadto dowodzimy, że konkurencyjność dowolnego algorytmu randomizowanego dla tego problemu to co najmniej $\Omega(k)$, nawet jeśli każda z przestrzeni dyskretnych jest dwupunktowa.

Abstract

This dissertation is devoted to the construction of online algorithms for well-known graph problems. We are particularly interested in deterministic algorithms.

We start with the non-metric facility location problem. We present a deterministic primal-dual algorithm, which attains the competitive ratio of $O(\log F \cdot (\log C + \log\log F))$ (where C and F are the numbers of clients and facilities, respectively) and is optimal up to $\log\log$ factors.

Next, we look into the problem of matching with delays. We present the historically first deterministic algorithm. The algorithm employs a local, semi-greedy policy for matching requests and achieves the competitive ratio of $O(m^{\log_2 5.5})$ for instances with m requests.

Later, we consider the Steiner tree leasing problem. We construct a deterministic $O(L \cdot \log k)$-competitive algorithm (where L is the number of different lease types and k is the number of terminals). The algorithm can be executed on infinite metric spaces, in contrast to the previous solution.

Last but not least, we study the generalized k-server problem in uniform metrics, for which we present a randomized phase-based $O(k^2 \cdot \log k)$-competitive algorithm. We also strengthen the previous lower bound by showing that the competitive ratio of any randomized algorithm is at least $\Omega(k)$ even if each server has only two possible states.