

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Jana Marcinkowskiego

Three small discoveries in the field of (in-)approximability

W rozprawie doktorskiej mgr. Jana Marcinkowskiego przedstawione są wyniki dotyczące trzech problemów należących do dziedziny algorytmów aproksymacyjnych / aproksymowalności, ale poza tym nie mających ze sobą zbyt wiele wspólnego. Prezentowane w pracy wyniki zostały już w większości opublikowane (na konferencjach IPCO, IJCAI, ESA), za wyjątkiem części wyników rozdziału drugiego. Autor włożył sporo wysiłku w redakcję rozprawy i jest ona napisana dużo jaśniej niż wspomniane prace konferencyjne. Brak limitu stron gra tu z pewnością pewną rolę, ale nie jest jedynym czynnikiem. Niektóre rozumowania z prac zostały zastąpione innymi, prostszymi. Ponadto wykorzystywane w pracy założenia złożonościowe zostały obszernie opisane w osobnym rozdziale. Moim zdaniem autor bardzo dobrze wykorzystał możliwość spisania wyników w formie rozprawy.

Ocena merytoryczna zawartości rozprawy

Sama rozprawa składa się ze wstępu i czterech rozdziałów. Pierwszy z nich, wspomniany już wcześniej, stanowi wprowadzenie do dość technicznej tematyki dowodzenia niemożliwości aproksymacji w oparciu o hipotezę UGC i inne pokrewne hipotezy. Każdy z pozostałych trzech rozdziałów dotyczy jednego z rozważanych problemów.

W rozdziale drugim omówione zostały wyniki dotyczące problemu Minimum Maximal Matching, czyli problemu szukania w danych grafie skojarzenia maksymalnego (ze względu na zawieranie) o najmniejszym rozmiarze. Problem ten ma trywialną 2-aproksymację (jest nią dowolne dopuszczalne rozwiązanie), a istnienie jakiegokolwiek lepszego algorytmu było dość długo problemem otwartym. Znane są wyniki gwarantujące współczynnik mniejszy od 2 o wielkość zależną od pewnych parametrów grafu wejściowego, np. rozmiaru grafu, czy jego indeksu chromatycznego. Nie jest jednak znany algorytm poprawiający współczynnik 2 o dodatnią stałą. Autor pokazuje, że nie jest to przypadkiem – współczynnika 2 nie da się poprawić (chyba, że $P=NP$). W rozprawie rozpatrywany jest też wariant dwudzielny problemu, zawsze bardzo naturalny w przypadku problemów związanych ze skojarzeniami. Dla grafów dwudzielnych autor dowodzi ograniczenia $\frac{4}{3}$ przy założeniu Unique Games Conjecture, oraz 2 przy mocniejszych założeniach (Strong Unique Games Conjecture lub Small Set Expansion Hypothesis). Przedstawione dowody trudności są adaptacjami znanych dowodów trudności dla problemów Independent Set oraz Vertex Cover. Takie adaptacje są możliwe ze względu na naturalny związek między skojarzeniami a zbiorami niezależnymi: dopełnienie maksymalnego skojarzenia jest zbiorem niezależnym. Implikacja w drugą stronę oczywiście nie zachodzi, dlatego konieczne są staranne modyfikacje dowodów. Ten rozdział zawiera, moim zdaniem, najciekawsze wyniki. Wymagał też zapewne najwięcej pracy - dowody nieaproksymowalności w oparciu o UGC i pokrewne założenia są często bardzo skomplikowane i techniczne.

W rozdziale trzecim omówione zostały wyniki dotyczące systemów głosowania zwanych Proportional Approval Voting. W systemach tych każdy z głosujących zgłasza listę aprobowanych kandydatów, a następnie wybierany jest komitet zadanego rozmiaru, który maksymalizuje sumaryczne zadowolenie głosujących. Zadowolenie to jest opisane pewną nieujemną, niemalejącą

funkcją spełniającą własność malejących zysków (ang. diminishing returns). Konkretna postać tej funkcji jest parametrem systemu głosowania. W rozprawie rozpatrywana jest dość szeroka klasa funkcji, opisana przez warunek tzw. geometrycznej dominacji. Jest to klasa bardzo naturalna o tyle, że uogólnia ona wszystkie wcześniej badane przypadki. Przedstawiony został algorytm o stałym współczynniku aproksymacji, zależnym od postaci funkcji zadowolenia. W większości konkretnych przypadków rozpatrywanych przez innych badaczy uzyskany współczynnik stanowi znaczącą poprawę. W szczególności nie był wcześniej znany algorytm o współczynniku lepszym niż $1 - \frac{1}{e}$, którą to barierę autor pokonuje dla szeregu standardowych klas funkcji. Sam algorytm jest prostym zastosowaniem znanej techniki Pipage Rounding, ale oszacowanie współczynnika aproksymacji tego algorytmu jest już zadaniem wysoce nietrywialnym. Autor przedstawia też ograniczenie dolne pokazujące, że przedstawiony współczynnik aproksymacji jest optymalny. Argument jest adaptacją dowodu U. Feige.

W ostatnim, czwartym rozdziale omówione zostały wyniki dotyczące problemu Capacitated k -Median. Istnienie stałej aproksymacji dla tego problemu jest jednym z najważniejszych otwartych problemów w dziedzinie algorytmów aproksymacyjnych. Ze względu na brak istotnych postępów, próbuje się od jakiegoś czasu rozwiązywać zrelaksowane wersje problemu, w których algorytm dysponuje nieco większymi zasobami niż rozwiązanie optymalne, z którym jest porównywany. Autor relaksuje problem w nieco inny sposób, dopuszczając wykładniczą złożoność ze względu na k i używa dzięki temu stały współczynnik aproksymacji. Na pierwszy rzut oka jest to dość radykalny pomysł – historycznie wielomianowa złożoność czasowa była uznawana za warunek konieczny by uznać coś za algorytm aproksymacyjny (zob. np. monografia V. V. Vazirani), ale ostatnio tego typu rozważania zyskują cieszą się coraz większą popularnością. Autor przedstawia w rozważanym modelu algorytm o stałym współczynniku aproksymacji. Głównym pomysłem jest redukcja ogólnego przypadku do przypadku, w którym metryka jest l -centered, t.j. taka, w której wszystkie połączenia odbywają się przez zbiór l odpowiednio dobranych centrów. Całe rozumowanie uważam za bardzo eleganckie, choć wiele elementów jest siłą rzeczy dość standardowych dla rozumowań dotyczących problemów związanych z Facility Location.

Redakcja

Praca językowo i redakcyjnie stoi na bardzo wysokim poziomie. Czytelne i dobrze przemyślane rysunki znacząco ułatwiają zrozumienie bardziej zawiłych rozumowań i konstrukcji. Autorowi nie udało się uniknąć drobnych błędów językowych, ale ich liczba jest naprawdę niewielka. Bibliografia została przygotowana bardzo dobrze. Dziwi jednak dość niestandardowa, chronologiczna kolejność prac. Nie ułatwia to moim zdaniem lektury, kolejność alfabetyczna jest de facto standardem nie bez powodu.

Konkluzja

Poziom naukowy rozprawy oceniam wysoko. Rozważane problemy są naturalne i dobrze umotywowane. Autor korzysta z imponująco bogatego, jak na ten etap kariery naukowej, arsenału technik. Przedstawione dowody, pomimo, że z reguły są modyfikacjami rozumowań innych autorów, wymagały sporo pomysłowości i bardzo dobrego zrozumienia istniejącej nieprostej teorii (szczególnie w przypadku wyników dotyczących nieaproksymowalności jest to sporym wyzwaniem).

Praca jest bardzo dobrze zredagowana. Wyniki zostały już opublikowane na dobrych konferencjach. W związku z tym uważam, że przedstawiona rozprawa spełnia wymogi ustawowe i wnoszę o dopuszczenie kandydata do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

.....
dr hab. Marcin Mucha