

Moc rozgałęzień i uczenia problemów szeregowania zadań oraz pakowania kubeków online

Począwszy od lat 70-tych obliczenia online mają kluczowe znaczenie w takich obszarach projektowania i analizy algorytmów jak szeregowanie zadań, wyznaczanie tras, pakowanie, czy zarządzanie pamięcią podręczną.

Standardowy model obliczeń w informatyce zakłada, że całe wejście, tzw. instancja problemu, są znane z góry i dostępne do wglądu nim wynik dla danej instancji zostanie zwrócony. Dla zilustrowania tego założenia, rozważmy n przedmiotów, każdy o nieujemnej wadze wyrażonej w kilogramach, które mamy zapakować do jak najmniejszej liczby plastikowych toreb — ich pojemność oraz rozmiary przedmiotów ignorujemy, jednak ze względu na wagę każda torba ma maksymalną nośność 1 kg. (Tego problemu, określanego w jęz. angielskim jako *bin packing*, będzie m.in. dotyczył projekt.)

Wspomniany standardowy model zezwala na to, by (z pomocą komputera) dowolnie analizować każdy z przedmiotów, być może poświęcając na to wiele czasu, by ostatecznie zapakować przedmioty w przemyślny sposób, np. tak, by w miarę możliwości grupować przedmioty w taki sposób, że w każdej torbie zapakowane są przedmioty o sumarycznej wadze równej niemal 1 kg.

Z kolei w *modelu obliczeń online* zakłada się, że przedmioty pojawiają się jeden po drugim, czyli podobnie jak otrzymuje je pracownik sklepu spożywczego w USA, pakujący zakupy do toreb. Cel pozostaje niezmienny: Zapakować przedmioty do jak najmniejszej liczby toreb tak, by w żadnej nie przekroczyły wagi 1 kg, jednak tym razem wagę każdego przedmiotu poznajemy dopiero gdy przychodzi jego kolej i dodatkowo musimy natychmiast zdecydować do której torby go włożyć: Nowej, czy jednej z już użytych, o ile nie przekroczy jej nośności.

W modelu obliczeń online porównujemy wynik algorytmu do wyniku optymalnego, możliwego do uzyskania przy pełnej wiedzy o instancji, jak w modelu standardowym. Co istotne, nie ograniczamy w żaden sposób czasu działania (ani innych zasobów) algorytmu online.

Najgorszy możliwy iloraz tych wyników nazywany jest *współczynnikiem konkurencyjności*; wyznaczenie go jest równoważne z opracowaniem najlepszego możliwego algorytmu online dla danego problemu. Odkąd sformalizowano model obliczeń online, w ciągu pięciu dekad opracowano efektywne algorytmy online dla wielu fundamentalnych problemów, jednak dla części z nich optymalna wartość współczynnika pozostaje nieznana.

Przykładowo, luka pomiędzy ograniczeniami dolnymi i górnymi dla ONLINE SCHEDULING ON PARALLEL IDENTICAL MACHINES wynosi $[1.888, 1.920]$, zaś dla ONLINE BIN PACKING $[1.542, 1.578]$.

W ciągu ostatnich kilku lat uzyskano ograniczenia dolne dla problemu SEMI-ONLINE SCHEDULING WITH KNOWN OPTIMAL MAKESPAN, blisko związanego z ogólniejszym ONLINE SCHEDULING ON PARALLEL IDENTICAL MACHINES. Obecnie luka wynosi dlań $[4/3, 1.5]$ a ważne pytanie, czy można poprawić ograniczenie dolne $4/3$ pozostaje otwarte od ponad dwudziestu lat.

Nowe ograniczenia dolne uzyskano stosując nowatorskie podejście, polegające na sformułowaniu problemu jako skończonej gry dla dwóch graczy, by następnie zastosować algorytm MINIMAX do ewaluacji tej gry. W ten sposób uzyskano nowe wyniki dla liczby maszyn nie większej niż osiem, jednak nie udało się dotychczas poprawić ograniczenia dolnego dla dowolnej liczby maszyn.

Projekt stawia centralną hipotezę, że *uczenia (się)* można użyć na dwa sposoby: Po pierwsze, by zwiększyć techniczny potencjał przeszukiwania MINIMAX tak, by uzyskać wyniki dla większej liczby maszyn. We wniosku opisujemy wstępne wyniki w tym kierunku. Po drugie zaś, wierzymy, że wyniki uzyskane poprzez wspomaganie uczeniem przeszukiwanie komputerowe pozwolą uzyskać ograniczenie dolne dla dowolnej liczby maszyn większe niż $4/3$. Naszą roboczą hipotezą, której prawdziwość oznaczałaby postęp dla problemu otwartego od dwóch dekad, jest ograniczenie dolne $19/14$.

Stawiamy również drugorzędą hipotezę, że wyniki uzyskane dzięki przeszukiwaniu MINIMAX mają zagnieżdżone rozgałęzienia, podczas gdy w najlepszych znanych ograniczeniach dolnych dla ONLINE SCHEDULING ON PARALLEL IDENTICAL MACHINES oraz ONLINE BIN PACKING rozgałęzienia są stosowane jedynie w bardzo ograniczonym zakresie. Dlatego też zamierzamy zbadać na ile zagnieżdżone rozgałęzienia pozwalają poprawić znane wyniki dla wspomnianych problemów. W tym celu chcemy połączyć wiedzę i doświadczenie nasze, dotyczące SEMI-ONLINE SCHEDULING WITH KNOWN OPTIMAL MAKESPAN, z tym z innych zespołów na świecie, pracujących nad tymi oraz zbliżonymi problemami.