



dr hab. Piotr Micek
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński
piotr.micek@uj.edu.pl

25 kwietnia 2025 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgra Wojciecha Janczewskiego

Magister Wojciech Janczewski złożył rozprawę doktorską pod tytułem *Schematy etykietowania grafów oraz dynamiczny najdłuższy podciąg rosnący*. Materiał zawarty w rozprawie doktorskiej zawiera się w następujących pracach:

- [1]: *Shorter Labels for Routing in Trees*.
P. Gawrychowski, W. Janczewski, J. Łopuszański.
Proceedings of the 2021 ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA). 2021, 2174-2193.
- [2]: *Simpler Adjacency Labeling for Planar Graphs with B-trees*.
P. Gawrychowski, W. Janczewski.
2022 Symposium on Simplicity in Algorithms (SOSA). 2022, 24-36.
- [3]: *Optimal Distance Labeling for Permutation Graphs*.
P. Gawrychowski, W. Janczewski.
preprint 2024.
- [4]: *Fully dynamic approximation of LIS in polylogarithmic time*.
P. Gawrychowski, W. Janczewski.
In Proceedings of the 53rd Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing (STOC). 2021, 654-667.
- [5]: *Lower Bounds for Variants of Dynamic LIS*.
P. Gawrychowski, W. Janczewski.
preprint 2021.

Wszystkie odwołania bibliograficzne w poniższym tekście odnoszą się do bibliografii zawartej w rozprawie.

Krótkie omówienie i ocena rozprawy

Poniżej ocenię wyniki zawarte w rozprawie biorąc pod uwagę naturalność problemów, głębię i znaczenie wyników, oraz złożoność stosowanych technik dowodowych. Rozprawa jest podzielona tematycznie na dwie części.

Większość materiału dotyczy schematów etykietowań dla grafów, czyli pewnej zdecentralizowanej reprezentacji grafów. W tej reprezentacji struktura grafu nie jest przechowywana globalnie w naturalny dla informatyków sposób. Zamiast tego informacja rozdzielana jest na części: każdemu wierzchołkowi przypisywana jest etykieta (ciąg bitów) w taki sposób, że posiadając etykiety dwu wierzchołków, możemy uzyskać interesującą nas własność. Może to być np. informacja czy odpowiadające wierzchołki ze sobą sąsiadują, wtedy mówimy o schemacie etykietowań dla relacji sąsiedztwa. Najczęściej optymalizowaną wielkością w tej reprezentacji jest długość najdłuższej użytej etykiety wyrażona w terminach liczby wierzchołków reprezentowanego grafu. W rozprawie przedstawiony jest schemat etykietowań dla problemu trasowania w drzewach, schemat etykietowań dla relacji sąsiedztwa w grafach planarnych, oraz schemat etykietowań dla odległości w grafach permutacji. Ostatni rozdział rozprawy dotyczy osobnego wątku badań Autora i przedstawia dynamiczną aproksymację dla problemu najdłuższego podciągu rosnącego.

Schematy etykietowań dla grafów to szeroki wątek badań w informatyce teoretycznej. Obserwuję intensywne badania zarówno po stronie kombinatorycznej (zwłaszcza strukturalna teoria grafów miewa tutaj eleganckie zastosowania), jak i po stronie badań nad strukturami danych.

Rozprawa niewątpliwie popycha aktualny stan wiedzy przy pomocy znanych oraz skonstruowanych ad hoc struktur danych. Jeśli chodzi o problem znajdowania najdłuższego podciągu rosnącego dla zadanego ciągu to jest to klasyka informatyki, a rozważany przez Autora wariant problemu jest naturalny i był wcześniej studiowany. Podsumowując, nie ma wątpliwości, że zawartość rozprawy należy do dyscypliny informatyka.

Przechodząc do omówienia wyników zawartych w rozprawie pozwolę sobie rozpocząć od najbliższego mi wyniku, t.j., uproszczonego schematu etykietowań dla grafów planarnych. Autor przedstawił wraz z Pawłem Gawrychowskim schemat etykietowań dla relacji sąsiedztwa n -wierzchołkowych grafów planarnych z etykietami długości $\log n + O(\sqrt{\log n})$. Jest to nieznaczna poprawa schematu etykietowań z pracy [DEG⁺21] w którym etykiety są długości $\log n + O(\sqrt{\log n \log \log n})$. Jednak nie samo obniżenie ograniczenia na długość etykiety w schemacie, a uproszczenie schematu (przez wykorzystanie B-drzew zamiast struktury danych wymyślonej ad hoc) i analizy jego działania jest wartością dodaną przedstawionych badań.

Tak jak schemat z pracy [DEG⁺21] przedstawiony schemat opiera się na twierdzeniu o strukturze produktowej grafów planarnych: każdy graf planarny G jest podgrafem silnego produktu $H \boxtimes P$, gdzie H jest grafem o ograniczonej szerokości drzewiastej (≤ 6), a P jest ścieżką. Takie zanurzenie w produkt, natychmiast sugeruje możliwość kodowania relacji sąsiedztwa poprzez zapisanie w etykiecie wierzchołka v w G „współrzędnych” tego wierzchołka w zanurzeniu G w $H \boxtimes P$. Po opracowaniu szczegółów tego pomysłu otrzymujemy schemat z etykietami długości $2 \log n$. Stała multiplikatywna 2 bierze się z tego, że w naturalnym kodowaniu potrzebujemy $\log n$ bitów na zapisanie każdej z dwu współrzędnych w produkcie. Na poziomie intuicyjnym tracimy optymalność przez to, że kodowanie jest skrojone dla $H \boxtimes P$ a nie dla grafu G , który jest podgrafem $H \boxtimes P$ i który może być znacząco mniejszy. Głównym pomysłem na wywalczenie stałej multiplikatywnej 1 przed $\log n$ jest rezygnacja z produktowej etykiety i spojrzenie na kolejne podgrafy H otrzymane przeglądając zanurzenie $G \subseteq H \boxtimes P$ wzdłuż wierzchołków P jak na dynamiczny proces w którym utrzymujemy podgraf H i na każdym kroku możemy dodać bądź usunąć wierzchołki i krawędzie podgrafu. Kluczową nowością przedstawioną przez Autora jest użycie B-drzewa jako struktury utrzymującej aktualny podgraf H . W pracy [DEG⁺21] oparliśmy się na ad hoc wymyślonej strukturze danych. Użycie B-drzew pozwala znacząco skrócić techniczną część analizy schematu etykietowań i otrzymać lepsze ograniczenie na długość etykiety. Wynik został opublikowany na SOSA 2022 i wydaje się, że jest to wynik skrojony dla tej konferencji. W zasadzie nikt już nie powinien zaglądać do oryginalnej pracy. Mam nadzieję, że dzięki temu uproszczeniu w przyszłości, ktoś dokona kolejnego przełomu i zrozumiemy ile potrzebujemy bitów ponad oczywistą granicą $\log n$. Póki co nie znamy, żadnych ograniczeń dolnych.

Czytając argumenty w tej części rozprawy (czy też źródłowej pracy [2]) utknąłem dłużej w jednym miejscu. Otóż na stronie 89 jest napisane:

To check whether $w' \in C_{H'}(v')$, for each $u' \in C_{H'}(v')$ we need to compute $\text{path}(w', T_i)$ and $\text{nodeid}(w', T_i)$ computed using $\text{neigh}(w', T_i)$.

Wydało mi się, że zamiast $\text{path}(u', T_i)$ powinno być $\text{path}(\text{lca}(u'), T_i)$ oraz zamiast $\text{path}(w', T_i)$ powinno być $\text{path}(\text{lca}(w'), T_i)$. Jednak tego ostatniego nie jesteśmy w stanie odtworzyć przy proponowanej definicji etykiety. Oczywiście od razu widać co należy dodać do etykiety, aby dekodowanie się powiodło zgodnie z nakreślonym planem.

Nieoczekiwanym bonusem nowego uproszczonego schematu etykietowań jest nowy, znowu dużo prostszy dowód faktu, że dla każdej liczby naturalnej n istnieje graf U_n zawierający $n^{1+o(1)}$ wierzchołków i krawędzie taki, zawierający każdy n -wierzchołkowy graf planarny jako podgraf indukowany. Jest to twierdzenie Espereta, Joreta i Morina [EJM20] z 2020 roku.

Jeden z rozdziałów rozprawy dotyczy schematu etykietowania dla odległości w grafach permutacji. Autor przedstawia tam schemat używający etykiet długości $3 \log n + O(\log \log n)$. Jest to optymalna długość z dokładnością do czynnika $O(\log \log n)$. Ograniczenie dolne zostało wykazane przez Bazarro i Gavoille w 2005 roku. Kombinatoryka grafów permutacji to wdzięczny temat. Autor wraz z Pawłem Gawrychowskim studiuje strukturę tych grafów poprzez zanurzenie

wierzchołków w $\mathbb{R}^2$ utrzymujące stowarzyszony częściowy porządek o wymiarze co najwyżej 2. Prezentacja jest staranna. Znacząco pomogło mi w czytaniu, że opisany jest pośredni schemat używający etykiet długości $5 \log n$.

Rozprawa zawiera również schemat etykietowań dla problemu trasowania w ukorzenionych drzewach o etykietach długości $\log n + O((\log \log n)^2)$. Schemat ten buduje na idei zaokrąglania obecnej w wielu pracach ze schematami dla trasowania. Autor wyróżnia jedną pracę, rzeczywiście szalenie elegancką pracę Dahlgaard, Knudsen i Rotbarta [DKR15] przedstawiającą schemat dla relacji bycia przodkiem. W ogólnym problemie trasowania głównym wyzwaniem jest trasowanie w dół (ukorzonego) drzewa. Autor przedstawia schemat etykietowań w kilku iteracjach za każdym razem zwiększając ogólność rozwiązywanego problemu i w ten sposób stopniując liczbę wprowadzanych pomysłów na raz dla czytelnika. Jest to imponujący technicznie wynik i bardzo dobrze napisany tekst.

Chyba najwięcej znaczącym wynikiem zawartym w rozprawie jest dynamiczna $(1 + \varepsilon)$ -aproxymacja dla problemu najdłuższego podciągu (LIS) rosnącego działająca w czasie $O(\varepsilon^{-5} \log^{11} n)$. Problem LIS to klasyka informatyki, a jego aproxymacje także w dynamicznym wariancie problemu są mocno studiowane, co potwierdzają prace powstałe równolegle do pracy Gawrychowskiego i Janczewskiego. Imponująca jest również techniczna złożoność rozwiązania, które pracuje na specjalnie skrojonej dwuwymiarowej rekurencji, jak autorzy piszą przypominającej konstrukcję „2D range trees”. Już wariant problemu bez wstawiania (ale oczywiście z nieograniczonym kasowaniem) nowych elementów do ciągu jest wymagający. Tam nie mamy tej ostatniej rekurencji. Mamy za to statyczny podział płaszczyzny na hierarchiczną (i diadyczną) rodzinę prostokątów. Kombinatorycznym sercem stawianej aproxymacji są konstruowane zachłannie rodziny pokryć (t.j. *exact covers* oraz *approximate covers*).

Uważam, że przedstawiona rozprawa jest znakomita. Podoba mi się różnorodność pomysłów i technik zawartych w dowodach twierdzeń w rozprawie. Czasami bywa, że tworzone kolekcje prac są monotonne, oparte na jednej (dobrej lub nie) idei—po prostu na jedno kopyto. W tym przypadku tak nie jest. Chciałbym również wyróżnić sposób prowadzenia narracji w rozprawie (ale także w publikacjach, które się na nią składają): za troskę o czytelnika, za przedstawianie pośrednich rozwiązań, które uwypuklają złożoność problemów i motywują kolejne coraz to bardziej skomplikowane rozwiązania techniczne.

Prace zostały zaprezentowane i opublikowane w materiałach konferencyjnych dobrych i bardzo dobrych konferencji w informatyce teoretycznej. Oczywiście wyróżnia się tu praca [2] opublikowana na SODA 2021 oraz praca [3] opublikowana na STOC 2021.

W mojej ocenie złożona rozprawa spełnia ustawowe i zwyczajowe wymagania do uzyskania stopnia doktora. Rekomenduję nadanie magistrowi Wojciechowi Janczewskiemu stopnia doktora. Proponuję też wyróżnić tę rozprawę. W tym kontekście, chciałbym posłuchać opinii pozostałych Członków Komisji o samodzielności Autora; zwłaszcza tych którzy znają Autora i widzieli jaka była dynamika powstania wyników zawartych w rozprawie.

