EGZAMIN Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ
LUTY 2001, PIERWSZY TERMIN, CZĘŚĆ B, CZAS: 120 MIN.

ZADANIE 1
Pokaż, że wykładnicza funkcja tworząca $G'(z)$ pewnego ciągu jest powiązana ze zwykłą funkcją tworzącą $G(z)$ za pomocą równania

$$\int_0^\infty G'(zt)e^{-t}dt = G(z)$$

jeśli tylko całka ta istnieje.

ZADANIE 2
Pokaż, że liczba krawędzi grafu, który nie zawiera jako podgrafu kliki czterowierzchołkowej wynosi co najwyżej $\lfloor n^2/3 \rfloor$.

ZADANIE 3
Niech $\chi(G)$ będzie liczbą chromatyczną grafu G, a $\bar{G}$ dopełnieniem grafu G. Pokaż, że

$$\chi(G) + \chi(\bar{G}) \geq 2\sqrt{n}.$$

ZADANIE 4
Załóżmy, że dysponujemy procedurą, która dla dowolnego grafu odpowiada w czasie wielomianowym, TAK gdy ma on drogę Hamiltona, i NIE gdy nie posiada on takiej drogi. Skonstruuj algorytm używający tej procedury i konstruuący drogę Hamiltona w dowolnym grafie w czasie wielomianowym (lub odpowiadający NIE gdy nie ma takiej drogi).

POWODZENIA !

Egzamin z matematyki dyskretnej
luty 2001, pierwszy termin, część B, czas: 120 min.

Zadanie 1
Pokaż, że wykładnicza funkcja tworząca $G'(z)$ pewnego ciągu jest powiązana ze zwykłą funkcją tworzącą $G(z)$ za pomocą równania

$$\int_0^\infty G'(zt)e^{-t}dt = G(z)$$

jeśli tylko całka ta istnieje.

Zadanie 2
Pokaż, że liczba krawędzi grafu, który nie zawiera jako podgrafu kliki czterowierzchołkowej wynosi co najwyżej $\lfloor n^2/3 \rfloor$.

Zadanie 3
Niech $\chi(G)$ będzie liczbą chromatyczną grafu G, a $\bar{G}$ dopełnieniem grafu G. Pokaż, że

$$\chi(G) + \chi(\bar{G}) \geq 2\sqrt{n}.$$

Zadanie 4
Załóżmy, że dysponujemy procedurą, która dla dowolnego grafu odpowiada w czasie wielomianowym, TAK gdy ma on drogę Hamiltona, i NIE gdy nie posiada on takiej drogi. Skonstruuj algorytm używający tej procedury i konstruuący drogę Hamiltona w dowolnym grafie w czasie wielomianowym (lub odpowiadający NIE gdy nie ma takiej drogi).

Powodzenia !