Egzamin z matematyki dyskretnej
luty 2002, pierwszy termin, częć A, czas: 120 min.

Zadanie 1
W poczekalni do lekarza, w rzędzie złożonym z n krzeseł siedzi k pacjentów w ten sposób, że żadni dwaj z nich nie znajdujš się na sšsiednich krzesłach. Na ile różnych sposobów mogš być rozsadzeni ci pacjenci?

Zadanie 2
Pokaż, że jeli $\frac{3^n-1}{2}$ jest liczbš pierwszš, to n jest liczbš pierwszš.

Zadanie 3
Oblicz liczbę funkcji ze zbioru $\{1, 2, \ldots, m\}$ **na** $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Zadanie 4
W *łamigłówce chińskich piercieni* na pręt nałożonych jest n piercieni o numerach $1, 2, 3, \ldots, n$. Rozwišzanie łamigłówki polega na zdjęciu wszystkich piercieni z pręta. W jednym kroku możemy zdjšć lub założyć pierciań i gdy

- $i = 1$ lub
- pierciań $i - 1$ jest na pręcie a wszystkie wczeniejsze poza nim.

Jaka jest minimalna liczba kroków t_n koniecznych do rozwišzania tej łamigłówki? Ułóż zależnoć rekurencyjnš na t_n i rozwišż jš np. metodš anihilatorów wyznaczajšc jawny wzór na t_n.

Powodzenia !

Egzamin z matematyki dyskretnej
luty 2002, pierwszy termin, częć B, czas: 120 min.

Zadanie 5

Z szachownicy $n \times n$ usunięto dwa pola. Pokaż, że pozostałš częć szachownicy można pokryć kostkami domina 1×2 **dokładnie wtedy** gdy n jest parzyste i usunięte pola sš różnych kolorów.

Zadanie 6

Dany jest graf prosty $G, n = |V(G)| > 3$ w którym dla dowolnych trzech wierzchołków u, v, w istniejš co najmniej dwie sporód trzech krawędzi $\{u, v\}, \{v, w\}, \{w, u\}$. Wykaż, że w G istnieje cykl Hamiltona.

Zadanie 7

Niech wszystkie wierzchołki G poza v majš stopień d i niech indeks chromatyczny G wynosi d. Pokaż, że $n = |V(G)|$ jest nieparzyste i $\deg(v) = 0$.

Zadanie 8

Każdš czšsteczkę węglowodoru o wzorze sumarycznym $C_k H_{2k+2}$ można przedstawić w postaci grafu (spójnego). W grafie tym krawędzie oznaczajš wišzania chemiczne. Każdy atom wodoru (H) zwišzany jest z jednym innym atomem, a każdy atom węgla (C) zwišzany jest z czterema innymi atomami. Pokaż, że graf ten dla węglowodoru $C_k H_{2k+2}$ jest drzewem. Każde dwa nieizomorficzne grafy tego typu wyznaczajš różne izomery. Ile jest różnych izomerów $C_5 H_{12}$?

Powodzenia !