

Spis treści

1.1	Działania, algebry	1
1.2	Elementy neutralne i odwrotne	2
1.3	Rodzaje algebr	2
2.1	Grupy, najprostsze własności	4
2.2	Grupy permutacji	4
2.2.1	Rozkład permutacji na cykle	5
2.3	Grupa symetrii kwadratu	5
3.1	Podgrupy	7
3.2	Podalgebry	7
3.3	Homomorfizmy, obrazy homomorficzne	9
3.4	Homomorfizmy grup (najprostsze własności)	10
4.1	Działanie grupy na zbiorze, twierdzenie Cayley	11
4.2	Twierdzenie Lagrange'a	11
4.3	Zbiór generatorów, podalgebra generowana przez zbiór	12
4.4	Generatory grupy permutacji	12
5.1	Przykład homomorfizmu	13
5.2	Grupy cykliczne, rząd elementu grupy	14
5.3	Pierścienie Z_n	14
5.4	Algorytm Euklidesa	15
6.1	Przypomnienia	16
6.2	Generatory grupy cyklicznej	16
6.3	Elementy odwracalne w pierścieniach Z_n	17
6.4	Dalsze własności grup cyklicznych	17
6.5	Grupy multiplikatywne ciała skończonych	18
6.6	Działanie grupy na zbiorze	19
7.1	Stabilizatory i orbity	20
7.2	Uogólnienie twierdzenia Lagrange'a	20
7.3	Elementy sprzężone	21
7.4	Homomorfizmy grup	21
8.1	Działanie grupy na zbiorze: liczba orbit	22
8.2	Pierścienie	24
8.3	Produkt pierścieni	24
8.4	Szeregi formalne i wielomiany	24
8.5	Moduły	25
8.5.1	Uwagi o definicji modułu	26
8.6	Przykłady modułów	26
8.7	Podmoduły	27
9.1	Moduły generowane przez zbiory	29
9.2	Zbiory liniowo niezależne	29
9.3	Baza modułu	30
9.4	Bazy w przestrzeniach liniowych	30
9.5	Lemat o wymianie i wymiar przestrzeni	32

9.6	Współrzędne wektora	34
9.7	Homomorfizmy i przekształcenia liniowe	34
9.8	Pewien sposób definiowania homomorfizmów	35
10.1	Badanie podstawowych własności homomorfizmów	36
10.2	Rola pojęcia wymiaru	36
10.3	Obrazy homomorficzne modułów	37
10.4	Działania w zbiorze homomorfizmów	39
10.5	Algebry	39
10.6	Złożenie homomorfizmów (funkcji liniowych)	40
10.7	Macierze	40
10.8	Iloczyn skalarny	41
10.9	Macierz przekształcenia liniowego	41
10.10	Macierz sumy przekształceń	42
10.11	Macierz iloczynu przekształcenia i skalaru	43
10.12	Dodawanie macierzy i mnożenie ich przez skalary	43
10.13	Współrzędne wartości przekształcenia	43
10.14	Iloczyn macierzy: przypadek szczególny	44
10.15	„Łączenie” macierzy	45
10.16	Mnożenie macierzy	45
11.1	Macierz złożenia przekształceń	47
11.2	Macierze odwrotne	47
11.3	Równania liniowe	48
11.4	Najprostsze własności	49
11.5	Układy jednorodne	49
11.6	Interpretacja geometryczna	50
11.7	Dopełnienie ortogonalne	50
11.8	Wymiar dopełnienia ortogonalnego	51
12.1	Suma prosta	53
12.2	Operacje elementarne i równoważność wierszowa	54
12.3	Macierze zredukowane	55
12.4	Macierze zredukowane a układy równań liniowych	56
12.5	Algorytm eliminacji Gaussa	57
12.6	Twierdzenie Kroneckera-Capelliego	57
12.7	Wyznaczniki	58
12.8	Aksjomatyczna definicja wyznacznika	58
12.9	Funkcje skośnie symetryczne	58
13.1	Wyznacznik $\det(\vec{e}_{\sigma(1)}, \dots, \vec{e}_{\sigma(n)})$	59
13.2	Jednoznaczność wyznacznika	60
13.3	Istnienie wyznacznika	60
13.3.1	Wyznacznik macierzy transponowanej	61
13.4	Rozwinięcia Laplace’a	62
13.5	Eliminacja Gaussa a wyznaczniki	64
13.6	Wyznacznik iloczynu macierzy	65

13.7	Wzory Cramera	66
14.1	Formy dwuliniowe	69
14.2	Formy kwadratowe	70
15.1	Równoważne formy kwadratowe	71
15.2	Postać kanoniczna formy kwadratowej	72
15.3	Ortogonalizacja Grama-Schmidta	74
15.4	Przekształcenia ortogonalne	76
15.5	Wielomian charakterystyczny	76
15.6	Postać kanoniczna formy kwadratowej w grupie ortogonalnej	77