Równania i nierówności liniowe 2002/03
zagadnienia egzaminacyjne

1. Podstawowe własności układów równań i nierówności liniowych, zależność zbioru rozwiązań układów $A\vec{x} = \vec{b}$ i $A\vec{x} = \vec{0}$.

2. Wzory Cramera, wyprowadzenie, rozwiązywanie układu równań za pomocą wzorów Cramera w różnych sytuacjach.

3. Sprowadzanie macierzy do równoważnej wierszowo macierzy trójkątnej (metoda eliminacji Gaussa): algorytm, jego złożoność i własności, zastosowania.

4. Algorytmy wykorzystujące metodę eliminacji Gaussa: badanie liniowej niezależności wektorów, znajdowanie bazy, obliczanie wyznacznika, rozwiązywanie układów równań liniowych, badanie równoważności układów równań liniowych.

5. Mnożenie macierzy: naturalny algorytm mnożenia macierzy i jego złożoność.

6. Funkcjonały (formy) i przekształcenia kwadratowe i dwuliniowe. Różne sposoby definiowania złożoności zadania polegającego na obliczaniu wartości układu form: całkowita złożoność algebraiczna, złożoność multiplikatywna, rząd przekształcenia dwuliniowego. Związki między tak rozumianymi pojęciami złożoności.

7. Programy liniowe, algorytm Strassena (dla dowolnych macierzy kwadratowych) jako przykład programu liniowego, jego poprawność i złożoność.

8. Mnożenie macierzy jako przekształcenie dwuliniowe. Wykorzystanie algorytmu Strassena do dowodu twierdzenia mówiącego, że problem mnożenia macierzy ma złożoność tego samego rzędu bez względu na to, jak jest rozumiana złożoność.

9. Twierdzenie o liczbie mnożeń wymaganej do wymnożenia macierzy przez wektor i dwóch macierzy (idea dowodu).

10. Rozkład LUP. Algorytm znajdujący rozkład LUP. Zastosowania rozkładu LUP.

11. Zadania równoważne mnożeniu macierzy: odwracanie macierzy (dowolnych i trójkątnych), rozwiązywanie układów równań liniowych. Algorytmy świadczące o równoważności. Idea algorytmu Keller-Gehriga.

12. Problemy wielomianowe: dwie definicje i ich równoważność. Wielomianowość algorytmu eliminacji Gaussa (bez dowodu). Wielomianowość problemu niesprzeczności układu równań liniowych (o rozwiązaniach wymiernych).

13. Problemy **NP**-zupełne i związana z nimi teoria: przechodniość wielomianowej redukowalności, podstawowa metoda dowodzenia **NP**-trudności, problem **P**=**NP**, własności problemów **NP**-zupełnych w zależności od rozstrzygnięcia problemu **P**=**NP**.

14. Problemy silnie **NP**-zupełne i związana z nimi teoria: algorytmy pseudowielomianowe, silna wielomianowa redukowalność, podstawowa metoda dowodzenia silnej **NP**-trudności, własności problemów **NP**-zupełnych w zależności od rozstrzygnięcia problemu **P**=**NP**.

15. Silna **NP**-trudność problemu niesprzeczności układu diofantycznych równań liniowych, z dowodem (bez twierdzenia Cooka).

16. **NP**-trudność problemu niesprzeczności układu złożonego z m diofantycznych równań liniowych, z dowodem.

17. Pseudowielomianowy algorytm rozwiązujący problem niesprzeczności układu złożonego z m diofantycznych równań liniowych, z dowodem poprawności i pseudowielomianowości.

18. Twierdzenia Papadimitriou (bez dowodu), **NP**-zupełność problemu niesprzeczności układu diofantycznych równań liniowych.

19. Pojęcie kraty, podstawowe własności, kraty dualne. Związek z całkowitymi równaniami liniowymi. Zadanie: zbiór całkowitych rozwiązań jednorodnego układu równań liniowych o współczynnikach całkowitych (wymiernych) jest kratą.