

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. **[**]** Dane są dwa algorytmy $\mathcal{A}_1$ i $\mathcal{A}_2$, które rozwiązują ten sam problem $\mathcal{P}$. Dla danych o rozmiarze n algorytm $\mathcal{A}_1$ działa w czasie $f_1(n)$, a algorytm $\mathcal{A}_2$ w czasie $f_2(n)$:

- (a) $f_1(n) = 16n$, $f_2(n) = n \log n$
- (b) $f_1(n) = n\sqrt{n}$, $f_2(n) = 10n$
- (c) $f_1(n) = 100n^2$, $f_2(n) = 2^n$
- (d) $f_1(n) = n!$, $f_2(n) = 256n^3$

Dla jakich wartości n bardziej opłaca się stosować algorytm pierwszy, a dla jakich drugi?

2. **[**]** Dysponujemy komputerem, który wykonuje miliard operacji na sekundę. Na komputerze tym uruchamiamy programy o różnej złożoności czasowej zależnej od rozmiaru danych. Wypełnij tabelkę określając największy rozmiar danych n , dla których program wykona obliczenia w zadanym czasie.

złożoność programu	sekunda	minuta	godzina	dzień
$\log n$				
$\sqrt{n}$				
n				
$n \log n$				
n^2				
2^n				
$n!$				

3. **[**]** Niech dane będą funkcje $f, g : \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}_+$. Korzystając z podstawowej definicji operatora Θ , udowodnij:

- (a) $\max(f(n), g(n)) \in \Theta(f(n) + g(n))$
- (b) $\min(f(n), g(n)) \in \Theta\left(\frac{f(n)g(n)}{f(n)+g(n)}\right)$

4. **[*]** Czy $2^{n+1} \in O(2^n)$? A czy $2^{2n} \in O(2^n)$?
5. **[*]** Czy $\log \sqrt{n} \in \Omega(\log n)$? A czy $\log \sqrt[n]{n} \in \Omega(\log n)$?

6. [*] Pokaż, że dla dowolnych stałych $a, b, c \in \mathbf{R}_+$ zachodzi $(an + b)^c \in \Theta(n^c)$.
7. [*] Udowodnij, że $\log n! \in \Theta(n \log n)$.
8. [*] Pokaż, że funkcja $n^2 \cdot \sin^2 \frac{n\pi}{4}$ nie należy ani do $O(n)$ ani do $\Omega(n)$.
9. [*] Korzystając z definicji o i ω pokaż, że funkcja $5n^2 + 3n + 7$ należy do $o(n^3)$, ale nie należy do $\omega(n^3)$.