ćwiczenia (licencjat dzienny): lista zadań nr 5 *13 listopada 2006 r.*

# ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

## KOSZT ZAMORTYZOWANY I TABLICE DYNAMICZNE

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego *Paweł Rzechonek*

1. [**] Jaki jest całkowity koszt wykonania na stosie ciągu $n$ instrukcji *push*, *pop* i *multipop*? Zakładamy, że na stosie znajdowało się początkowo $s_0 > 0$ a na końcu $s_n$ elementów. Zastosuj *metodę kosztu sumarycznego* do wyznaczenia zamortyzowanego czasu działania pojedynczej instrukcji w tym ciągu.

2. [**] Pokaż, jak zaimplementować kolejkę za pomocą dwóch zwykłych stosów, aby zamortyzowany koszt operacji *enqueue* i *dequeue* był rzędu $O(1)$. Zastosuj *metodę księgowania*.

3. [**] *Licznik binarny* to struktura danych reprezentowana przez $k$-elementową tablicę bitów $B[0 \ldots k-1]$. W tablicy tej pamiętana jest nieujemna wartość całkowita w postaci binarnej, zwana licznikiem. Na liczbie tej można wykonywać jedynie operację `increment()` zwiększającą wartość licznika o 1. Operacja ta zaprogramowana jest w oparciu o pisemne dodawanie jedynki do liczby binarnej:

```
procedure INCREMENT (bit B[0 ... k-1])
{
    for i = 0 ... k-1 do
        if B_i = 1
            then B_i ← 0;
            else { B_i ← 1; return; }
}
```

   Określ faktyczny czas działania pojedynczej operacji `increment()`. Przeanalizuj czas wykonania ciągu $n$ takich operacji na początkowo wyzerowanym liczniku. Dokonaj analizy zamortyzowanej *metodą potencjału*.

4. [**] Przeanalizuj czas wykonania ciągu $n$ operacji *append* i *cut* na początkowo pustej tablicy dynamicznej ze współczynnikiem powiększania $\kappa = 2$. Dokonaj analizy zamortyzowanej *metodą potencjału*. Jako funkcję potencjału przyjmij:

$$\Phi(T) = \begin{cases} 2 \cdot T.size - T.capacity & : \quad \alpha(T) \geq 1/2 \\ T.capacity/2 - T.size & : \quad \alpha(T) < 1/2 \end{cases}$$

5. [***] Jakich zmian należy dokonać, aby każda operacja (*append*, *cut* i *at*) na *tablicy dynamicznej* była wykonywana zawsze w czasie $O(1)$ ?