ćwiczenia (licencjat dzienny): lista zadań nr 13 *15 stycznia 2007 r.*

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

STRATEGIA ZACHŁANNA

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego *Paweł Rzechonek*

1. [∗∗] Wykaż, że strategia zachłanna zawsze pozwala znaleźć optymalne rozwiązanie dla problemu wydawania reszty, gdy nominały monet $c_0 < c_1 < \ldots < c_n$ są tak dobrane, że $c_0 = 1$ oraz $c_{i-1}|c_i$ dla $i = 1 \ldots n$.

2. [∗] Dany jest n-elementowy zbiór znaków wraz z częstościami ich występowania. Udowodnij, że jeśli znaki są uporządkowane niemalejąco względem częstości, to długości odpowiadających im słów kodowych wygenerowanych algorytmem Huffmana tworzą ciąg nierosnący.

3. [∗∗] Dany jest n-elementowy zbiór znaków wraz z częstościami ich występowania. Napisz algorytm, który wygeneruje *kody Huffmana* dla tych znaków bez konstruowania *drzewa kodowego*.

4. [∗∗] Szczególnym przypadkiem dyskretnego problemu plecakowego jest *łatwy problem plecakowy* — mamy z nim do czynienia wtedy, gdy uporządkowane rosnąco wartości przedmiotów tworzą ciąg superrosnący (ciąg liczb jest superrosnący, gdy każda kolejna liczba jest większa od sumy wszystkich wcześniejszych). Ułóż algorytm rozwiązujący taką wersję problemu plecakowego i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie. Jaki jest czas działania twojego algorytmu?

5. [∗∗] Danych jest n zadań o czasach wykonania odpowiednio $t_1, t_2, \ldots t_n$ oraz system komputerowy z jednym procesorem. Zadania te ustawione w kolejkę będą po kolei wykonywane. W jakiej kolejności należy je wykonać, aby zminimalizować czas ich przebywania w systemie? Podaj algorytm rozwiązujący ten problem i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie.

6. [∗∗] Danych jest n zadań o jednostkowych czasach wykonania oraz system komputerowy z jednym procesorem. Z każdym zadaniem związane są dwa parametry: dopuszczalny termin wykonania i kara za przekroczenie tego terminu. Jak ustawić te zadania w kolejce do wykonania, aby suma kar za niedotrzymanie terminów była jak najmniejsza? Podaj algorytm rozwiązujący ten problem i udowodnij, że znajduje on optymalne rozwiązanie.

7. [∗∗∗] Przypomnij sobie *algorytm Prima* budowania najmniejszego drzewa rozpinającego w spójnym grafie prostym z nieujemnymi wagami na krawędziach. Udowodnij, że algorytm ten znajduje optymalne rozwiązanie.

8. [$**$] Rozważmy graf skierowany, w których każda para wierzchołków jest ze sobą połączona (jedną krawędzią lub dwiema skierowanymi w przeciwnych kierunkach). Podaj algorytm wyznaczający dla takiego grafu ścieżkę Hamiltona. Uzasadnij, że twój algorytm działa poprawnie.

9. [$**$] Rozważmy grafy nieskierowane o n wierzchołkach, w których każdy wierzchołek ma stopień co najmniej $\frac{n}{2}$. Podaj algorytm wyznaczający dla takiego grafu ścieżkę Hamiltona. Uzasadnij, że twój algorytm działa poprawnie.