

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

PROGRAMOWANIE DYNAMICZNE

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. [*] Udowodnij, że rekurencyjna procedura obliczająca współczynnik dwumianowy $\binom{n}{k}$ będzie w sumie wywoływana $2\binom{n}{k} - 1$ razy.
2. [**] Pokaż, jak obliczyć współczynnik dwumianowy $\binom{n}{k}$ używając tablicy pomocniczej $L[0 \dots k]$ oraz $O(1)$ dodatkowych komórek pamięci. Następnie pokaż, jak rozwiązać to zadanie używając jeszcze mniejszej tablicy pomocniczej $L[0 \dots \min(k, n - k)]$ oraz $O(1)$ dodatkowych komórek pamięci.
3. [*] Wyznacz najdłuższy wspólny podciąg dla ciągów *AABBCC* i *BABCBCACA*.
4. [**] Pokaż, jak obliczyć długość największego wspólnego podciągu używając tablicy pomocniczej $L[0 \dots 2 \min(n, m)]$ oraz $O(1)$ dodatkowych komórek pamięci. Następnie pokaż, jak rozwiązać to zadanie używając jeszcze mniejszej tablicy pomocniczej $L[0 \dots \min(n, m)]$ oraz $O(1)$ dodatkowych komórek pamięci.
5. [**] Pokaż, jak zrekonstruować największy wspólny podciąg tylko na podstawie tablicy kosztów C i ciągów wejściowych X i Y . Twój algorytm powinien działać w czasie $O(m + n)$, gdzie $m = |X|$ i $n = |Y|$.
6. [*] Wyznacz optymalną kolejność mnożenia macierzy $A_0 \times A_1 \times A_2 \times A_3 \times A_4$, gdy macierze te mają rozmiary odpowiednio 10×4 , 4×5 , 5×20 , 20×2 , 2×50 .
7. [**] Zmodyfikuj podany na wykładzie algorytm dla problemu optymalnego mnożenia macierzy, tak aby wypisywał on ciąg n macierzy wraz z poprawnie rozstawionymi nawiasami na podstawie wyliczonej w trakcie działania algorytmu tablicy pomocniczej $L[1 \dots n][1 \dots n]$, zawierającej informacje o najmniej kosztownych podziałach. Samo wypisanie wspomnianego ciągu macierzy wraz z nawiasami powinno posiadać złożoność czasową rzędu $O(n)$.
8. [***] Dany jest zbiór n punktów na płaszczyźnie $P = \{p_1, \dots, p_n\}$, które są kolejnymi wierzchołkami wielokąta wypukłego. Przedstaw algorytm, który podzieli ten wielokąt przekątnymi (odcinkami łączącymi niesąsiednie wierzchołki) na $n - 2$ rozłącznych trójkątów, tak aby suma długości wszystkich wewnętrznych odcinków (przekątnych dzielących wielokąt na trójkąty) była minimalna.