

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

EFEKTYWNOŚĆ ALGORYTMÓW

Instytut Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego

Paweł Rzechonek

1. [0.5+0.5+0.5 pkt.] Dane są dwa algorytmy $\mathcal{A}_1$ i $\mathcal{A}_2$, które rozwiązują ten sam problem $\mathcal{P}$. Dla danych o rozmiarze n algorytm $\mathcal{A}_1$ działa w czasie $f_1(n)$, a algorytm $\mathcal{A}_2$ w czasie $f_2(n)$:

- (a) $f_1(n) = 10\sqrt{n}$, $f_2(n) = 2n$
- (b) $f_1(n) = 4n^2$, $f_2(n) = 2^n$
- (c) $f_1(n) = 5n \log n$, $f_2(n) = n^2$

Dla jakich wartości n bardziej opłaca się stosować algorytm pierwszy, a dla jakich drugi? Odpowiedź uzasadnij.

2. [0.5+1 pkt.] Niech dane będą funkcje $f, g : \mathbf{N} \mapsto \mathbf{R}_+$. Korzystając z podstawowej definicji operatora Θ , udowodnij że:

- (a) $\max(f(n), g(n)) \in \Theta(f(n) + g(n))$
- (b) $\min(f(n), g(n)) \in \Theta\left(\frac{f(n)g(n)}{f(n)+g(n)}\right)$

3. [2 pkt.] Udowodnij, że $\log n! \in \Theta(n \log n)$.

4. [2 pkt.] Przypomnij sobie procedurę mnożącą dwie długie liczby naturalne *po rosyjsku*.

- Uzasadnij poprawność działania tego algorytmu.
- Jaki wpływ na czas działania tego algorytmu może mieć wcześniejsze uporządkowanie tych liczb względem ich długości?

5. [1 pkt.] Dana jest liczba rzeczywista x i liczba naturalna n . Podaj algorytm obliczania x^n , który wykonuje jedynie $\Theta(\log n)$ mnożeń na liczbach rzeczywistych. Uzasadnij poprawność przedstawionego rozwiązania.

6. [2 pkt.] Czy *metodę macierzową* obliczania n -tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy są definiowane liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych? Jak bardzo zadanie się skomplikuje, gdy dopuścimy występowanie stałego składnika w kombinacji liniowej?

7. [2 pkt.] Rozważ następujące struktury danych reprezentujące graf prosty o N wierzchołkach i M krawędziach:

- macierz sąsiedztwa,
- uporządkowane listy sąsiadów.

Dla każdej z tych struktur oblicz:

- (a) rozmiar pamięci, w której jest przechowywany graf;
- (b) czas potrzebny na sprawdzenie, czy istnieje w grafie krawędź (v_i, v_j) ;
- (c) czas potrzebny do wyznaczenia stopnia wierzchołka v ;
- (d) czas potrzebny do wyznaczenia wszystkich sąsiadów wierzchołka v .