

**Przybliżenia Padégo funkcji $(1 - z)^{-1/p}$
oraz ich zastosowanie do obliczania funkcji p -sector**

**Padé approximants of $(1 - z)^{-1/p}$
and their applications to computing the p -sector function**

W roku 1991 Kenney i Laub zaproponowali pewną rodzinę iteracyjnych metod obliczania macierzowej funkcji $\text{sign}(A)$, generowanych przez przybliżenia Padégo funkcji $g_2(z) = (1 - z)^{-1/2}$, oraz udowodnili lokalną zbieżność połowy z tych metod. Lokalna zbieżność pozostałych metod została udowodniona w roku 2012 przez Gomilko, Greco i Ziętak. Wymagało to m.in. zbadania znaków współczynników rozwinięć w szeregi potęgowe przybliżeń Padégo funkcji $g_2(z)$ oraz lokalizacji ich biegunów. Wyniki te uzyskano dla ogólniejszego przypadku funkcji $g_p(z) = (1 - z)^{-1/p}$. Istotną rolę w tych badaniach odegrał fakt, że jest to hipergeometryczna funkcja Gaussa.

W roku 2009 Laszkiewicz i Ziętak, wzorując się na idei metod Kenneya i Lauba dla $\text{sign}(A)$, zaproponowały rodzinę metod iteracyjnych obliczania macierzowej funkcji $\text{sect}_p(A)$. Funkcja p -sector jest uogólnieniem funkcji signum i została wprowadzona przez Shieha, Tsaya i Wanga w 1984 roku. Lokalna zbieżność tych metod została udowodniona przez Gomilko, Karpa, Lin i Ziętak w roku 2012. Wymagało to dalszych badań własności przybliżeń Padégo funkcji $g_p(z)$.

W roku 2014 Ziętak zaproponowała inną rodzinę metod iteracyjnych obliczania funkcji p -sector, generowanych też przez przybliżenia Padégo funkcji $g_p(z)$, oraz pokazała ich lokalną zbieżność. Do tej rodziny metod należą metoda Newtona i metoda Halleya.

Iteracyjne metody obliczania macierzowej funkcji p -sector mogą być dostosowane, poprzez odpowiednią zamianę zmiennej, do obliczania pierwiastków p -tego stopnia z macierzy, a dla $p = 2$ również do wyznaczania czynnika unitarnego z rozkładu biegunowego macierzy.

Celem referatu jest prezentacja własności przybliżeń Padégo funkcji $g_p(z)$ oraz pewnych innych funkcji pomocniczych, koniecznych do badania zbieżności wspomnianych metod iteracyjnych.

1. O. Gomilko, F. Greco, K. Ziętak, A Padé family of iterations for the matrix sign function and related problems, *Numerical Linear Algebra with Applications*, 19 (2012), 585–605.
2. O. Gomilko, D.B. Karp, M. Lin, K. Ziętak, Regions of convergence of a Padé family of iterations for the matrix sector function and the matrix p th root, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 236 (2012), 4410–4420.
3. Ch.S. Kenney, A.J. Laub, Padé error estimates for the logarithm of a matrix, *Int. J. Control*, 50 (1989), 707–730.
4. Ch.S. Kenney, A.J. Laub, Rational iterative methods for the matrix sign function, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 12 (1991), 273–291.
5. B. Laszkiewicz, K. Ziętak, A Padé family of iterations for the matrix sector function and the matrix p th root, *Numerical Linear Algebra with Applications*, 16 (2009), 951–970.
6. L.S. Shieh, Y.T. Tsay, C.T. Wang, Matrix sector functions and their applications to system theory, *IEE Proc.* 131 (1984), 171–181.
7. K. Ziętak, The dual Padé families of iterations for the matrix p th root and the matrix p -sector function, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 272 (2014), 468–486.